Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social

Discussion Paper N° 2020|06

Las posibilidades de elegir convencionales según el Sistema de D'Hondt

Ernesto San Martín

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Av. Vicuña Mackenna 4860, Macul
lies.mat.uc.cl/

Las posibilidades de elegir convencionales según el Sistema de D'Hondt*

ERNESTO SAN MARTÍN

Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social LIES,
Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile

29 de diciembre de 2020

Sin partidos no hay desarrollo,
sin disensión no hay progreso.

K. Marx[1].

1. Introducción

Chile, sus ciudadanas y ciudadanos, están viviendo un proceso inédito: escribir una Nueva Constitución Política de la República. ¿Qué órgano constituyente debe redactar esta nueva carta fundamental? De acuerdo a los resultados del plebiscito del 25 de octubre pasado, del 50.91 % de los electores que asistieron a votar, el 19.87 % optó por una Convención Mixta Constitucional (CMC), mientras que el 74.75 % optó por una Convención Constitucional (CC)[2]. Es importante insistir que este altísimo porcentaje de los electores que optaron por la CC es relativo a los que *asistieron a votar*: de hecho, el 25 de octubre recién pasado, solo el 38.06 % de electores *asistieron a votar* **y** *optaron por la CC*[3]. Lo que eligió la ciudadanía que ejerció su derecho a voto es un órgano constitucional *integrada exclusivamente por miembros elegidos popularmente*, lo que contrasta con un órgano que incluía parlamentarias y parlamentarios en ejercicio. Por su puesto, que esto no excluye el hecho que los miembros de la CC sean militantes de los actuales partidos políticos.

De acuerdo con la Ley 21.200, la CC estará integrada por 155 ciudadanos electos para estos fines. Para ello, se considerarán los distritos electorales en los que se eligen diputados, y se utilizará el método de

*Este trabajo surge particularmente por preguntas que el Movimiento Socal Constituyente D11 se hace de cara al Proceso Constituyente. E-mail: esanmart@mat.uc.cl.

[1] *Ohne Parteien keine Entwicklung, ohne Scheidung kein Fortschritt*, 14 de julio de 1842, en la revista *Rheinische Zeitung*.

[2] Estos porcentajes están calculados, primero teniendo en cuenta el total de electores, tanto a nivel nacional como en el extranjero; y, segundo, considerando a los electores que votaron ya sea en blanco o nulo: esta es una forma legítima de expresión y, por tanto, los porcentajes de opciones por CMC y por CC deben calcularse teniéndolos en cuenta.

[3] Para una discusión detallada, ver San Martín (2020a).

D'Hondt para elegir los representantes (Art. 141). Esto significa que en cada distrito deben conformarse *listas*, las que eventualmente recibirán escaños de acuerdo al total de votos que obtiene la lista o, como solía decir D'Hondt (1882), de acuerdo a la fuerza electoral de cada lista.

En el año 1912, la Segunda Convención de la Juventud Liberal de Chile, celebrada en Chillán, acordaba, entre otras cosas, que se discutiese la siguiente disposición: *Adopción del sistema de sufrajio del "comun divisor", ideado por Victor d'Hondt, como sistema jeneral en las elecciones populares*[4]. Después de la Constitución de 1925, este sistema nos ha acompañado en las elecciones populares hasta el día de hoy, incluso antes de la reforma del sistema electoral del 2015, pues el sistema binominal es exactamente equivalente al sistema de D'Hondt cuando este último se aplica a la asignación de dos representantes.

El método de D'Hondt es un sistema proporcional que satisface ciertas propiedades que, en este proceso constituyente, es necesario tener en cuenta:

1. La fuerza electoral de una lista corresponde al porcentaje de votos que obtiene en un distrito específico, en una determinada elección popular. La *cuota exacta* corresponde al porcentaje de sillas en disputa que debe recibir en función de su fuerza electoral. Así, por ejemplo, en la elección de diputados del 2017, la lista constituida por EVOPOLI, RN y UDI (lista P), alcanzó, en el distrito 11, una fuerza electoral igual al 63 % del total de votos válidamente emitidos. En dicho distrito se eligen 6 representantes: 3.78 representantes corresponde al 63 % de las 6 sillas. La cuota exacta corresponde al ideal político de la representación proporcional pero, dado que las sillas no se pueden dividir, hay que redondear la cuota exacta: cuando un sistema de asignación parlamentaria asigna un número de sillas al menos igual a la parte entera de la cuota exacta (en el ejemplo, la parte entera es igual a 3) y a lo más a dicha parte entera más uno (en el ejemplo, esto es igual a 4), se dice que dicho sistema *respeta la cuota*. El sistema de D'Hondt *no respeta la cuota*: de hecho, garantiza a cada lista una asignación de sillas al menos igual a la parte entera de la cuota exacta.

2. El método de D'Hondt incentiva las coaliciones. Esto significa que para dos listas que han competido por separado, si hubiesen competido unidas, hubiesen obtenido una cantidad de sillas al menos igual a la suma de las sillas que cada lista obtuvo por separado. En el caso del distrito 11, en las mimas elecciones de 2017, la lista N (esencialmente PPD y PS) y la lista O (la DC) no obtuvieron escaños. Si hubiesen ido en un pacto, y el electorado se hubiese comportado de la misma manera que efectivamente se comportó, entonces dicha coalición hubiese obtenido 1 silla, mientras que la lista P hubiese obtenido solo 4.

Lo anterior permite concluir que el sistema de D'Hondt es un sistema de asignación parlamentaria que privilegia las grandes mayorías y que, por tanto, asegura cierta estabilidad política en el Congreso pues evita la fragmentación; para detalles del sistema de D'Hondt, ver San Martín (2020b).

Esta propiedad resulta sumamente relevante a la hora de conformar lista para elegir los miembros de la CC, y muy en especial para las listas de ciudadanos y ciudadanas que se conforman fuera de los actuales partidos políticos. El corolario de todo lo anterior es que las listas deben concitar "una gran cantidad de votos" para así poder elegir representantes:

[4]Citado por Maza (1913); se mantiene la ortografía original.

¿Será posible cuantificar la proporción de votos que se requieren para poder elegir representantes para la CC?

En lo que sigue, contestaremos a esta pregunta.

2. Umbral de exclusión y umbral de representación

Para el sistema de D'Hondt, efectivamente se han establecido tanto un *umbral de exclusión*, como un *umbral de representación* (Lijphart y Gibberd, 1977): cuando una lista obtiene una proporción o porcentaje de votos mayor que el umbral de exclusión, es seguro que obtendrá al menos un representante; por otro lado, cuando una lista obtiene una proporción o porcentaje de votos menorr que el umbral de representación, es seguro que no obtendrá escaño alguno. Si H denota el total de escaños a repartir, entonces el umbral de exclusión (que lo denotaremos por S_0) está dada por

$$S_0 = \frac{1}{H+1}. \tag{2.1}$$

Este umbral es coherente con la forma en que se asignan las sillas según el método de D'Hondt; para detalles, ver San Martín (2020a). El umbral de representación no solo depende del total H de sillas a repartir, sino también del total de listas que compiten. Si denotamos este total por n, entonces el umbral de representación (que lo denotaremos por L_1) está dado por

$$L_1 = \frac{1}{H-1+n}. \tag{2.2}$$

Ilustremos estos umbrales con los datos proporcionados por la elección de diputados realizada el 2017:

Ejemplo 2.1 Consideremos el distrito 8, que incluye las comunas de Colina, Lampa, Til Til, Quilicura, Pudahuel, Estación Central, Cerrillos y Maipú. Este distrito elige $H = 8$ representantes. Excluyendo los votos nulos y blancos, los resultados de dicha elección están resumidos en la Tabla 1.

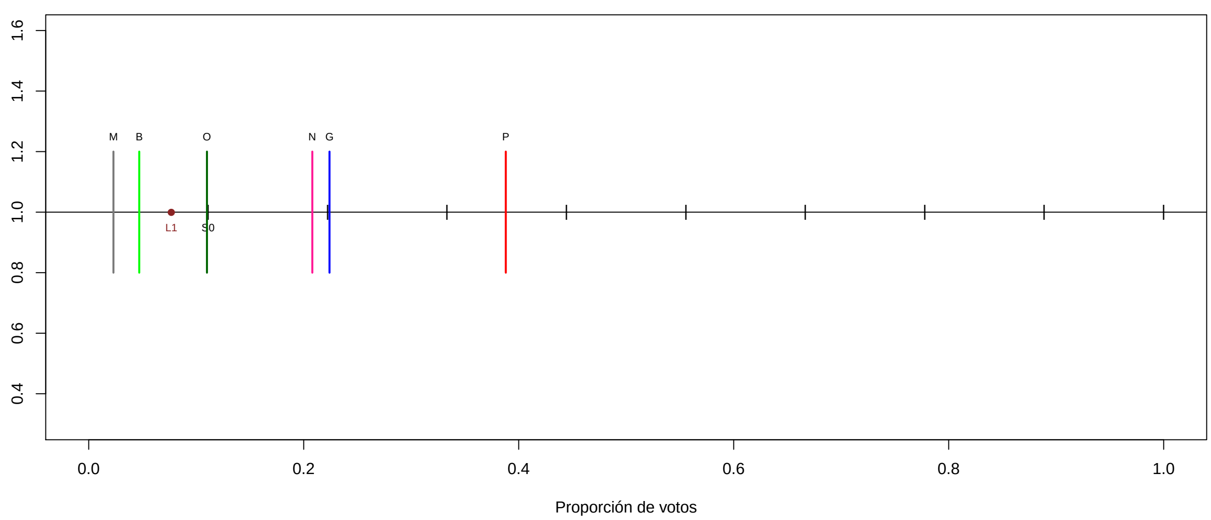
Tabla 1: Elección de diputados del 2017 - Distrito 8

Lista	Votos	Fuerza Electoral	Asignación
B	19.912	0,047	0
G	95.195	0,224	2
M	9.592	0,023	0
N	88.137	0,208	2
O	46.479	0,110	1
P	164.734	0,388	3
Total	424.049	1,00	8

La lista B está conformada por Independiente Progresista y Partido Progresista; la lista G, por Partido Ecologista Verde, Partido Humanista, Independiente Humanista, Independiente Poder, Partido Poder, Revolución Democrática; la lista M corresponde a la Unión Patriótica; la lista N está conformada por

Independiente por la Democracia, Independiente Radical Socialdemócrata, Partido por la Democracia, Partido Socialista; la lista O, por la Democracia Cristiana e Independiente Demócrata Cristiano; la lista P por Independiente Regionalista Independiente, Partido Regionalista Independiente, Renovación Nacional y Unión Demócrata Independiente. En este caso, compitieron $n = 6$ listas, por lo que el umbral de exclusión está dado por $S_0 = 0{,}111$, mientras que el umbral de representación está dado por $I_1 = 0{,}077$. La Figura 1 muestra la fuerza electoral comparada con los umbrales S_0 y L_1. De aquí se puede concluir con seguridad que las listas G, N y P obtienen al menos una silla (de hecho, las listas G y N obtuvieron 2 escaños, mientras que la lista P obtuvo 3) y que las listas B y M no obtienen escaño alguno (que es lo que efectivamente ocurrió). Por otro lado, la fuerza electoral de la lista O es myor que L_1 y menor que S_0, por lo que no es posible afirmar nada con certeza, aunque sabemos que obtuvo 1 escaño.

Figura 1: Fuerzas electorales comparadas con los umbrales de exclusión S_0 y representación L_1



■

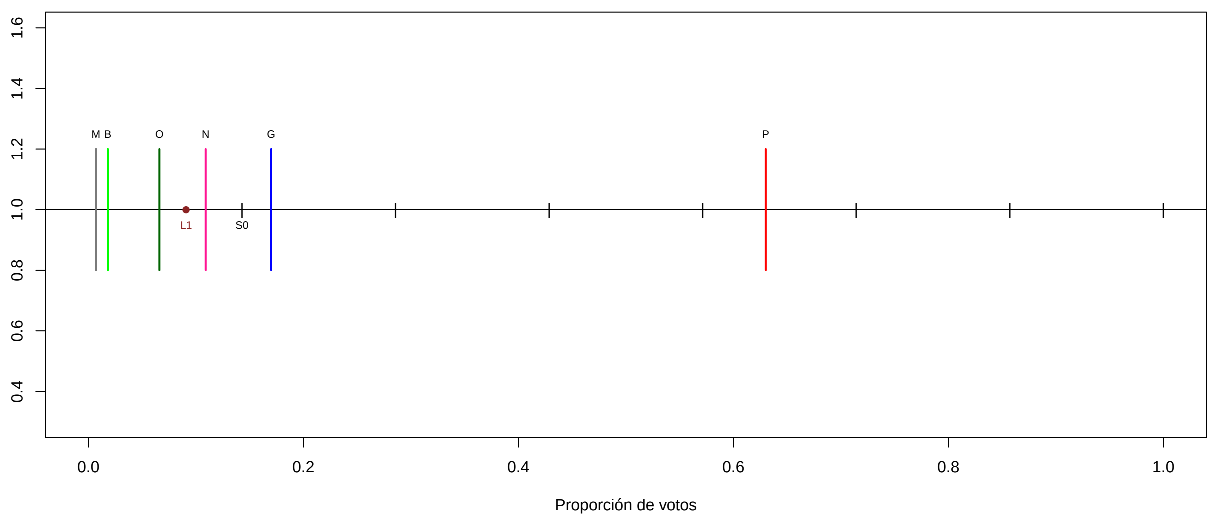
Ejemplo 2.2 Consideremos un segundo ejemplo, esta vez el distrito 11, que incluye las comunas de Las Condes, Vitacura, Lo Barnechea, La Reina y Peñalolén. Este distrito escoge $H = 6$ representantes. Excluyendo los votos nulos y blancos, los resultados de dicha elección están resumidos en la Tabla 2.

En este caso, compitieron $n = 6$ listas, por lo que el umbral de exclusión está dado por $S_0 = 0{,}143$, mientras que el umbral de representación está dado por $L_1 = 0{,}1$. La Figura 2 muestra la fuerza electoral comparada con los umbrales S_0 y L_1. De aquí se puede concluir con seguridad que las listas G y P obtienen al menos una silla (de hecho, la lista G obtuvo 1, mientras que la lista P obtuvo 5) y que las listas B, M y O no obtienen escaño alguno (que es lo que efectivamente ocurrió). Por otro lado, la fuerza electoral de la lista N es myor que L_1 y menor que S_0, por lo que nuevamente no es posible afirmar nada con certeza, aunque sabemos que obtuvo 0 escaño.

Tabla 2: Elección de diputados en el 2017 - Distrito 11

Lista	Votos	Fuerza Electoral	Asignación
B	6.745	0,018	0
G	63.942	0,170	1
M	2.590	0,007	0
N	41.036	0,109	0
O	24.854	0,066	0
P	237.460	0,630	5
Total	376.627	1	6

Figura 2: Fuerzas electorales comparadas con los umbrales de exclusión S_0 y representación L_1



■

3. Más umbrales, más información

Además de los umbrales anteriores, es posible definir umbrales que dependan de la cantidad de sillas que se podrían obtener por una lista. Más específicamente, definimos los siguientes umbrales correspondientes al Sistema de D'Hondt:

$$L_{n,h} = \frac{h}{H-1+n}, \qquad h = 0, 1, \ldots, H, \tag{3.1}$$

donde n es el número de listas en competencia y H es el total de sillas a repartir; y

$$S_h = \frac{h+1}{H+1}, \qquad h = 0, 1, \ldots, H. \tag{3.2}$$

A estos umbrales les llamaremos *umbrales* L y *umbrales* S, respectivamente. Notemos que $L_{n,1}$ corresponde al umbral de representación, mientras que S_0 corresponde al umbral de exclusión. Estos umbrales satisfacen las siguientes propiedades:

1. $L_{n,h} < S_h$ para todo valor de h y de n.

2. Si una lista obtiene una proporción de votos menor que $L_{n,h}$, es seguro que recibirá menos de h sillas.

3. Si una lista obtiene una proporción de votos mayor que S_h, es seguro que recibirá más de h sillas.

4. Si una lista obtiene una proporción de votos en el intervalo $[L_{n,h}, S_h]$, entonces podría obtener h sillas.

Para une demostración rigurosa de estas afirmaciones, ver Palomares y Ramírez (2003).

Ejemplo 3.1 Ilustremos el uso de estos umbrales con los datos del distrito 8, donde $H = 8$ y $n = 5$. Los respectivos umbrales se pueden encontrar en la Tabla 8 en el Apéndice. La Figura 3 muestra las fuerzas electorales de las 6 listas que compitieron en el distrito 8, junto a los umbrales L y S. Las conclusiones que se pueden sacar son las siguientes:

1. La fuerza electoral de las listas M y N es menor que el umbral $L_{6,1}$, lo que significa que estas listas no obtienen escaños. Efectivamente, su asignación fue 0 escaño para cada una.

2. La fuerza electoral de la lista P es mayor que el umbral S_2, por lo que es seguro que obtendrá más de 2 escaños. Más aún, su fuerza electoral está entre los umbrales $L_{6,3}$ y S_3, lo que implica que es probable que obtenga 3 sillas. Efectivamente, la lista P obtuvo 3 escaños.

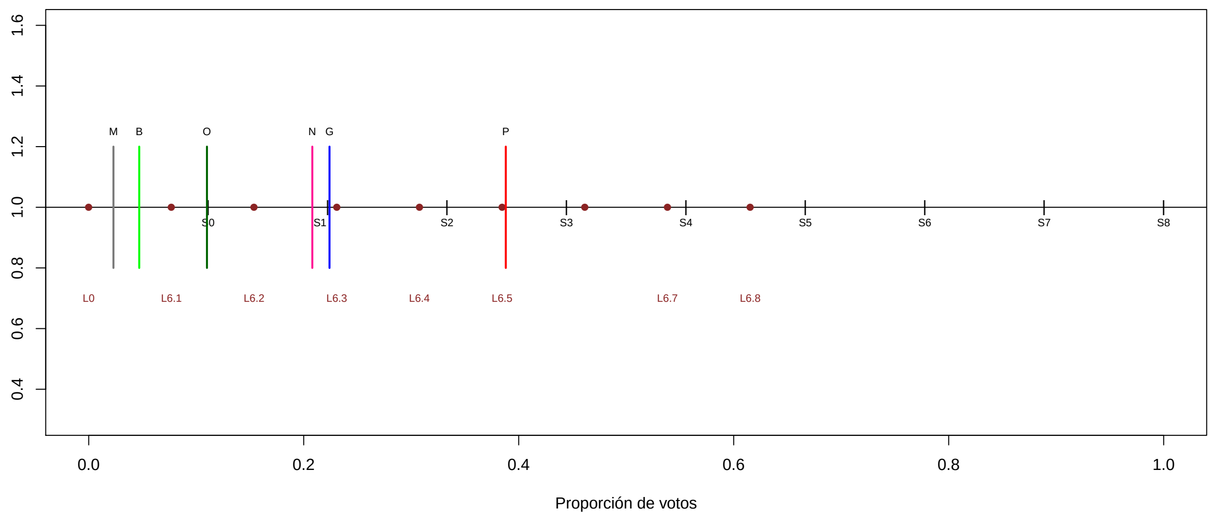
3. La fuerza electoral de la lista G está sobre el umbral S_1, por lo que es seguro que obtiene al menos 2 escaños. Más aún, su fuerza electoral está entre los umbrales $L_{6,2}$ y S_2, por lo que es probable que obtenga 2 escaños. Efectivamente, la lista G obtuvo 2 escaños.

4. La fuerza electoral de la lista N está sobre el umbral S_0, por lo que es seguro que obtiene al menos 1 escaño. Más aún, su fuerza electoral está entre los umbrales $L_{6,2}$ y S_2, por lo que es probable que obtenga 2 escaños. Efectivamente, la lista N obtuvo 2 escaños.

5. La fuerza electoral de la lista O está entre los umbrales $L_{6,1}$ y S_1, aunque también es menor que S_0: esto implica que es probable que obtenga 1 escaño. Efectivamente, la lista O obtuvo un escaño.

■

Figura 3: Fuerzas electorales comparadas con los umbrales S y L



Antes de sacar conclusiones generales de cómo usar estos umbrales, presentemos otro ejemplo basado en la elección de diputados de 2017 en el distrito 11.

Ejemplo 3.2 En este caso $H = 6$ y $n = 5$. Los respectivos umbrales están en la Tabla 6. La Figura 4 muestra las fuerzas electorales de las 6 listas que compitieron en el distrito 8, junto a los umbrales L y S. Las conclusiones que se pueden sacar son las siguientes:

1. La fuerza electoral de las listas M, B y O es menor que el umbral $L_{6,1}$, lo que significa que estas listas no obtienen escaños. Efectivamente, su asignación fue 0 escaño para cada una.

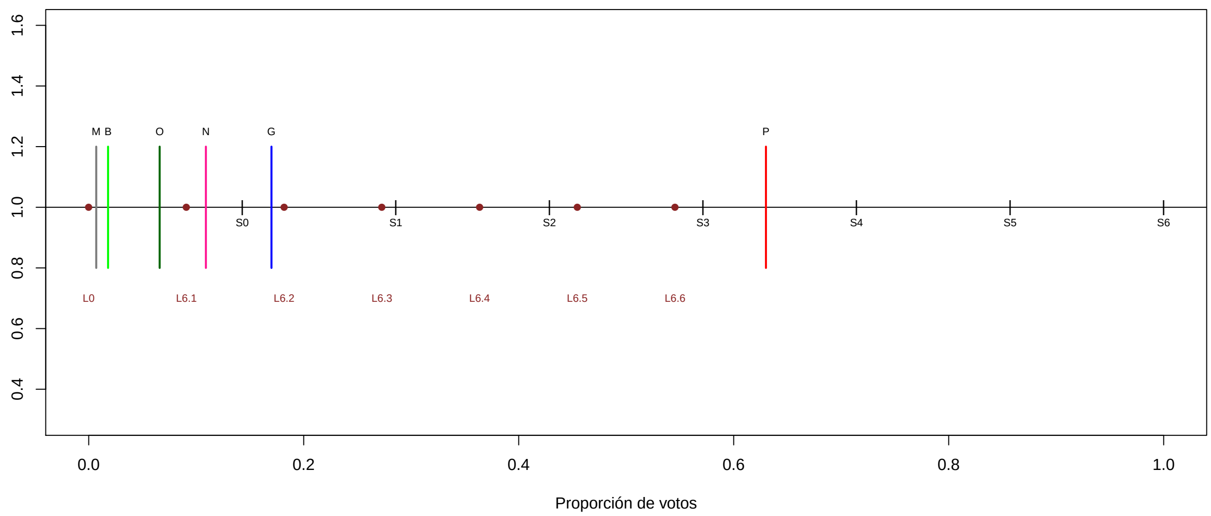
2. La fuerza electoral de la lista P es mayor que el umbral S_3, por lo que es seguro que obtendrá a lo menos 4 escaños. Más aún, su fuerza electoral está entre los umbrales $L_{6,5}$ y S_5, lo que implica que es probable que obtenga 5 sillas. Efectivamente, la lista P obtuvo 5 escaños.

3. La fuerza electoral de la lista G está sobre el umbral S_0, por lo que es seguro que obtiene al menos 1 escaño. Más aún, su fuerza electoral está entre los umbrales $L_{6,1}$ y S_1, por lo que es probable que obtenga 1 escaño. Efectivamente, la lista G obtuvo 1 escaño.

4. La fuerza electoral de la lista N está entre los umbrales $L_{6,1}$ y S_1, por lo que es probable que obtenga 1 escaño. Efectivamente, la lista N obtuvo 0 escaño.

■

Figura 4: Fuerzas electorales comparadas con los umbrales S y L



Los ejemplos anteriores muestran cómo utilizar los umbrales:

1. Los umbrales S_h nos proporcionan con certeza la cntidad mínima de sillas que una lista puede obtener en caso que su fuerza electoral sea mayor.

2. Los umbrales S resultan informativos para saber *cuán difícil* es obtener escaños, más cuando estos umbrales *no dependen del número de listas en competición*. Así, el umbral de exclusión S_0 es la primera información que toda lista debe considerar pues constituye el porcentaje de votos que hay que lograr. Así, por ejemplo, si un distrito elige $H = 6$ sillas, hay que obtener más del 14.3 % de los votos. Si se quiere obtener al menos dos sillas, la fuerza electoral de una lista debe ser mayor que S_1, lo que significa obtener un porcentaje de votos mayor que el *doble del porcentaje de votos correspondientes al umbral* S_0. Si se quiere obtener al menos tres sillas, entonces hay que obtener más del triple de votos correspondientes a $S = 0$; y así sucesivamente.

3. Además, es posible determinar con certeza la cantidad de escaños que *no* se obtendrá. En efecto, para un número de listas en competencia n fijo, si la fuerza electoral de una lista es menor que $L_{n,h}$, es seguro que la lista recibirá menos de h sillas.

4. En esta línea, el umbral de representación $L_{n,1}$ es fundamental pues representa el porcentaje de votos bajo el cual una lista no obtendrá escaños.

5. Finalmente, hay que observar los intervalos definidos por los umbrales $L_{n,h}$ y S_h: si la fuerza electoral de una lista está entre estos valores, es probable que la lista obtenga h sillas.

4. ¿Cuán conveniente es que compitan *muchas* listas

La pregunta que resta por responder es acerca del impacto que tiene el número de listas en competencia. Para responder a esta pregunta, consideremos un distrito que elige 6 sillas y consideremos que compiten por ellas 2, 3, 4, 5, 6 y 7 listas. Ahora bien. el impacto del número de listas en competencia es más acentuado sobre las listas "pequeñas", es decir, las que obtienen más bajas proporciones de votos. Consideremos tres escenarios representados por tres listas:

1. IND1 que obtiene el 19 % de los votos.
2. IND2 que obtiene el 48 % de los votos.
3. IND3 que obtiene el 83 % de los votos.

No se trata de tres litas que compitan simultáneamente, sino, como se ha dicho, de tres escenarios diferentes. En la Figura 5 están representados los umbrales S y L, así como la fuerza electoral de los ters escenarios por medio de un segmento negro.

1. Para el escenario caracterizado por IND1, observamos que la fuerza electoral de IND1 es mayor que el umbral S_0, por lo que es seguro que obtendrá al menos 1 escaño. Por otro lado, se observa que
   a) si compiten 3 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{3,2}$, es decir, con seguridad no obtendrá 2 sillas; además, la fuerza electoral de IND1 está entre $L_{3,1}$ y S_1, lo que hace probable obtener 1 silla;
   b) si compiten 4 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{4,2}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 2 sillas; además, la fuerza electoral de IND1 está entre $L_{4,1}$ y S_1, lo que hace probable obtener 1 silla;
   c) si compiten 5 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{5,2}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 2 sillas; además, la fuerza electoral de IND1 está entre $L_{5,1}$ y S_1, lo que hace probable obtener 1 silla;
   d) si compiten 6 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{6,3}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 3 sillas; además la fuerza electoral de IND1 está entre $L_{6,1}$ y S_1, lo que hace probable obtener 1 silla;
   e) si compiten 7 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{7,3}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 3 sillas; además la fuerza electoral de IND1 está entre $L_{7,1}$ y S_1, lo que hace probable obtener 1 silla.
2. Para el escenario caracterizado por IND2, observamos que la fuerza electoral de IND2 es mayor que el umbral S_2, por lo que es seguro que obtendrá al menos 3 escaños. Por otro lado, se observa que

a) si compiten 3 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{3,4}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 4 sillas; además, la fuerza electoral de IND2 está entre $L_{3,3}$ y S_3, lo que hace probable obtener 3 sillas;

b) si compiten 4 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{4,5}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 5 sillas; además, la fuerza electoral de IND2 está entre $L_{4,3}$ y S_3, lo que hace probable obtener 3 sillas;

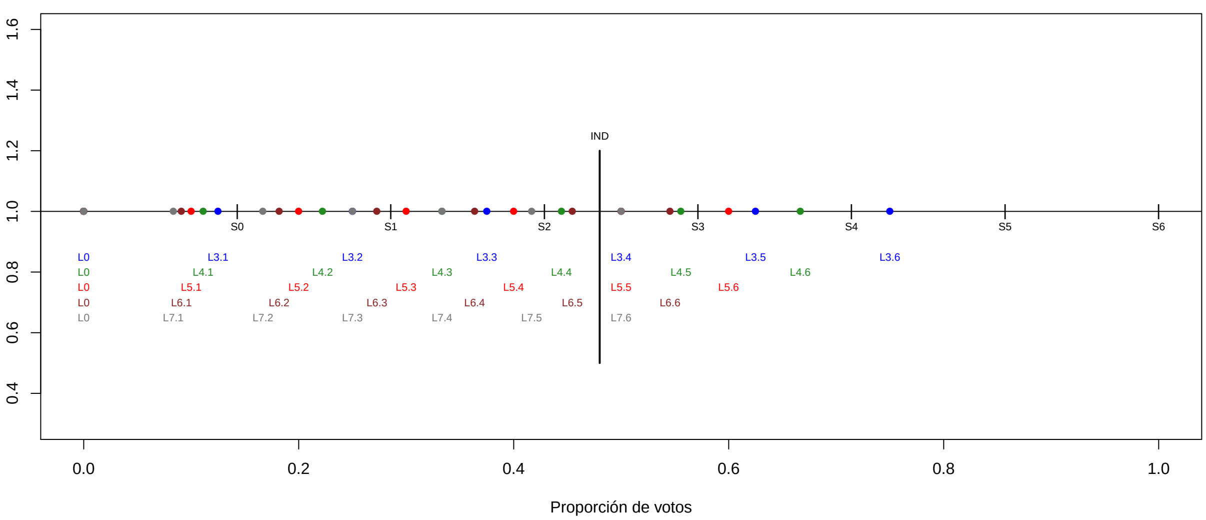
c) si compiten 5 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{5,5}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 5 sillas; además, la fuerza electoral de IND2 está entre $L_{5,3}$ y S_3, lo que hace probable obtener 3 sillas;

d) si compiten 6 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{6,6}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 6 sillas; además la fuerza electoral de IND2 está entre $L_{6,3}$ y S_3, lo que hace probable obtener 3 sillas.

e) si compiten 7 listas, su fuerza electoral es menor que $L_{6,7}$, es decir, con seguridad obtendrá menos de 7 sillas; además la fuerza electoral de IND2 está entre $L_{7,3}$ y S_3, lo que hace probable obtener 3 sillas.

3. Para el escenario caracterizado por IND3, observamos que la fuerza electoral de IND3 es mayor que el umbral S_4, por lo que es seguro que obtendrá al menos 5 escaños. Por otro lado, se observa que *no hay ningún umbral* L *mayor que la fuerza electoral de IND3*.

Figura 5: La fuerza eletoral de la lista IND con respecto al total de listas en competencia



Las consideraciones anteriores muestran que si una lista tiene una fuerza electoral cercana al umbral de exclusión S_0, la competencia de muchas listas no cambia radicalmente su posibilidad de obtener 1 escaño. De hecho, cuando se tiene una lista con una fuerza electoral mayor que el umbral S_2, entonces a medida que compiten más listas, se hace más probable obtener 3 escaños pues a medida que hay más listas, va aumentando la cantidad de sillas que no puede alcanzar. Finalmente, cuando se tiene una lista con una fuerza electoral alta –mayor que S_4, el que compitan más o menos listas le es completamente indiferente. Por lo tanto, que compitan más listas es algo que privilegia a las listas que tienden a tener mayores fuerzas electorales.

5. Reflexiones finales

Estamos en el momento en que algunos inscriben candidatos para la CC, ya sea de partidos o no, para ir conformando listas. Pero para renovar la política, es necesario conformar listas para inscribir candidatos, es decir, identificar ciertos intereses que permitan unirse en torno a ellos y así ponerlo en el espacio, que es el espacio de la política. En este intento, la pregunta que surge es si las listas, en especial de los independientes (es decir, aquellos que no militan o dejaron de militar en los existentes partidos políticos), tendrán opciones de escoger al menos un constituyente.

Esta pregunta tiene sentido sobre todo si los independientes van en listas separadas: ¿cuántas listas es conveniente que compitan? Esta pregunta tiene respuestas claras: los umbrales S permiten identificar los porcentajes de votos que se quisiera obtener. Por otro lado, los umbrales L permiten identificar los umbrales mínimos bajo de los cuales se hace imposible tener un determinado número de escaños. Pero esta imposibilidad tiene mayor efecto cuanto menos votos concite una lista.

Estamos en el momento en que Chile se apresta a escribir una Nueva Constitución. Un momento que parece coherente con la disensión del status quo que gira en torno a los partidos ya establecidos. Pero también, a causa del sistema electoral que hemos usado en nuestra república por caso 100 años, un momento en que la atomización solo conllevará perder la oportunidad de ver nuevas agrupaciones (representadas en personas) en aquella Convención Constitucional.

Pero no se trata de un momento de acuerdos: los acuerdos son para la vida del Congreso. Estamos en el momento de conformar un nuevo ecosistema político, el que requiere entender la relevancia de la lista por sobre el o la candidata, a su vez de explicitar qué alienta la constitución de una lista.

A. Umbrales L y S para diferentes cantidades H de sillas a repartir

Las siguientes tablas contienen los umbrales L y S cuando se asignan $H = 3, 4, 5, 6, 7$ y 8 escaños. Cada tabla indica los distritos correspondientes. Para usarlas, basta fijar el número n de listas que se supone competirán: la columna correspondiente contiene los umbrales L, cuyas proporciones se interpretan diciendo que si una lista obtiene una proporción de votos menor que un umbral $L_{n,h}$, entonces con seguridad obtendrá menos de h escaños; por otro laod, los umbrales S no dependen del número de listas en competición y se interpreta diciendo que si una lista obtiene una proporción de votos mayor que S_h entonces con seguridad obtendrá más de h sillas. La interpretación se enriquece cuando se consideran además los intervalos $[L_{n,h},\ S_h]$, tal y como se ilustró en el texto principal.

Tabla 3: Umbrales para $H = 3$ sillas en disputa

	$H = 3$. Distritos: 1, 2, 27, 28						
	$L_{n,h}$						S_h
h	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,250
1	0,250	0,200	0,167	0,143	0,125	0,111	0,500
2	0,500	0,400	0,333	0,286	0,250	0,222	0,750
3	0,750	0,600	0,500	0,429	0,375	0,333	1,000

Tabla 4: Umbrales para $H = 4$ sillas en disputa

	$H = 4$. Distritos: 16, 18, 22, 25						
	$L_{n,h}$						S_h
h	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200
1	0,200	0,167	0,143	0,125	0,111	0,100	0,400
2	0,400	0,333	0,286	0,250	0,222	0,200	0,600
3	0,600	0,500	0,429	0,375	0,333	0,300	0,800
4	0,8	0,666667	0,571429	0,5	0,444444	0,4	1

Tabla 5: Umbrales para $H = 5$ sillas en disputa

	$H = 5$. Distritos: 3, 4, 13, 15, 19, 21, 24, 26						
	$L_{n,h}$						S_h
h	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,167
1	0,167	0,143	0,125	0,111	0,100	0,091	0,333
2	0,333	0,286	0,250	0,222	0,200	0,182	0,500
3	0,500	0,429	0,375	0,333	0,300	0,273	0,667
4	0,667	0,571	0,500	0,444	0,400	0,364	0,833
5	0,833	0,714	0,625	0,556	0,500	0,455	1,000

Tabla 6: Umbrales para $H = 6$ sillas en disputa

	$H = 6$. Distritos: 11, 14						
	$L_{n,h}$						S_h
h	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,143
1	0,143	0,125	0,111	0,100	0,091	0,083	0,286
2	0,286	0,250	0,222	0,200	0,182	0,167	0,429
3	0,429	0,375	0,333	0,300	0,273	0,250	0,571
4	0,571	0,500	0,444	0,400	0,364	0,333	0,714
5	0,714	0,625	0,556	0,500	0,455	0,417	0,857
6	0,857	0,750	0,667	0,600	0,545	0,500	1,000

Tabla 7: Umbrales para $H = 7$ sillas en disputa

	$H = 7$. Distritos: 5, 9, 12, 17, 23						
	$L_{n,h}$						S_h
h	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,125
1	0,125	0,111	0,100	0,091	0,083	0,077	0,250
2	0,250	0,222	0,200	0,182	0,167	0,154	0,375
3	0,375	0,333	0,300	0,273	0,250	0,231	0,500
4	0,500	0,444	0,400	0,364	0,333	0,308	0,625
5	0,625	0,556	0,500	0,455	0,417	0,385	0,750
6	0,750	0,667	0,600	0,545	0,500	0,462	0,875
7	0,875	0,778	0,700	0,636	0,583	0,538	1,000

Tabla 8: Umbrales para $H = 8$ sillas en disputa

	$H = 8$. Distritos: 6, 7, 8, 10, 20						
	$L_{n,h}$						S_h
h	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,111
1	0,111	0,100	0,091	0,083	0,077	0,071	0,222
2	0,222	0,200	0,182	0,167	0,154	0,143	0,333
3	0,333	0,300	0,273	0,250	0,231	0,214	0,444
4	0,444	0,400	0,364	0,333	0,308	0,286	0,556
5	0,556	0,500	0,455	0,417	0,385	0,357	0,667
6	0,667	0,600	0,545	0,500	0,462	0,429	0,778
7	0,778	0,700	0,636	0,583	0,538	0,500	0,889
8	0,889	0,800	0,727	0,667	0,615	0,571	1,000

Referencias

D'Hondt, V. (1882). *Système pratique et raisonné de représentation proportionnalle*. Librairie C. Muquardt, Bruxelles.

Lijphart, A., y Gibberd, R. W. (1977). Thresholds and payoffs in list systems of proportional representation. *European Journal of Political Research*, *5*, 219–244.

Maza, J. (1913). *Sistemas de sufragio i cuestion electoral. Segunda edicion.* Imprenta "La Ilustración", Santiago de Chile.

Palomares, A., y Ramírez, V. (2003). Thresholds of the divisor methods. *Numerical Algorithms*, *34*, 405-415.

San Martín, E. (2020a). *¿Cómo presentar imparcialmente los resultados del plebiscito? El caso del distrito 11 (DP2020-04)* (Inf. Téc.). Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile. (https://lies.mat.uc.cl/wp-content/uploads/2020/11/DP2020_04.pdf)

San Martín, E. (2020b). *El Sistema de D'Hondt ¿Cómo funciona y qué significa? (DP2020—05)* (Inf. Téc.). Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile. (https://lies.mat.uc.cl/wp-content/uploads/2020/11/DP2020_05.pdf)