



Laboratorio
Interdisciplinario de
Estadística Social



Discussion Paper N° 2020|05

**El Sistema de D'Hondt
¿Cómo funciona y qué significa?
Ernesto San Martín**

**Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Av. Vicuña Mackenna 4860, Macul
lies.mat.uc.cl/**

El Sistema de D'Hondt

¿Cómo funciona y qué significa?

ERNESTO SAN MARTÍN*

*Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social LIES,
Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile*

15 de diciembre de 2020

1. Introducción

El 22 de abril de 2014, la Presidenta Michelle Bachelet envía un proyecto de ley que tenía por objetivo sustituir el sistema electoral binominal por un “sistema electoral proporcional inclusivo” que permitiese “fortalecer la representatividad del congreso nacional” (Mensaje N° 076-362). El diagnóstico era que “el sistema electoral binominal [era] uno de los factores que afecta[ba] negativamente la representatividad de nuestro parlamento. Éste es un juicio que comparte una parte ampliamente mayoritaria del país”. La reforma del sistema electoral tenía seis objetivos:

1. Reducir la desigualdad del voto pues “la diferencia de valor del voto en Chile, según el lugar donde se emite, es demasiado alta”. Esto se debía al hecho que toda circunscripción electoral elegía, por ejemplo, dos diputados, pero había diferencias de densidad de población entre las circunscripciones. De ahí que esta reforma propuso aumentar el número de diputados y senadores en la mayoría de las circunscripciones.
2. Permitir la representación e inclusión de todas las corrientes políticas significativas. La propuesta original era disminuir el número de distritos y circunscripciones de modo que se permitiese el ingreso “al Parlamento [de] sectores de menor votación pero suficientemente significativos de la sociedad, que sin duda merecen estar representados, y la democracia se completará y fortalecerá con su participación”.

*E-mail: esanmart@mat.uc.cl. Este documento es el fruto de varias presentaciones y conversaciones con ciudadanas y ciudadanos del distrito 11. Estos encuentros se realizaron en la Plaza Salvador Allende de Lo Hermida, en los Parques Uno y Dos de La Faena, y en la circunscripción de San Luis. Agradezco a Gabriela San Martín y Cristian Fernández por su colaboración en la producción de los papelógrafos que usamos en dichos encuentros.

3. Aumentar la competitividad e incertidumbre respecto de quienes resulten elegidos. Lo que se buscaba era que los electores recuperaran la decisión respecto de quiénes son sus representantes, para lo cual se proponía aumentar los diputados por distrito.
4. Facilitar la expresión de la mayoría y la representación de las minorías. Nuevamente esto se pretendía alcanzar por el aumento de escaños por distrito. Así, “se propende a que la ventaja de votos de un sector sobre otro se traduzca en ventaja equivalente en la representación parlamentaria. Al mismo tiempo, se asegura que en todos los territorios la minoría tenga también expresión parlamentaria”.
5. Promover un Congreso que refleje la diversidad de la sociedad. Ello se logra, de acuerdo a dicho proyecto de ley, por medio de “un sistema electoral que aliente a los partidos políticos y a los pactos a presentar a la ciudadanía nóminas de candidatos que reflejen toda la diversidad ideológicas, de género, edad, origen étnico, social y cultural del país”.
6. Evitar que queden fuera candidatos con grandes votaciones. Esto era lo que se observaba con el sistema electoral binominal y, de acuerdo a este mensaje presidencial, “en distritos que mayoritariamente eligen 5 o más escaños, esto pasa a ser imposible y queda como probabilidad excepcional sólo en un pequeño número de distritos que elije 3 ó 4 escaños”.

El resultado fue que se aprobó una reforma constitucional al sistema electoral, lo que hoy se encuentra plasmado en el Decreto con Fuerza de Ley N° 2 (DFL N°2) que fija el texto refundido, coordinado y sistematizado de la ley 18.100, orgánica constitucional sobre votaciones populares y escrutinios.

El mensaje de la presidenta Bachelet, aunque sufre de algunas impresiones, resulta ilustrativo en lo que respecta a las implicancias de un sistema electoral. En primer lugar, un sistema electoral requiere fijar criterios bajos los cuales se definirá la *igualdad del voto*. Por otro lado, un sistema electoral se concibe políticamente como un incentivo a los partidos para que presenten diversidad de candidatos, para que haya competencia electoral y para que, en definitiva, la decisión esté plenamente en la voluntad soberana de los electores. Además, el sistema electoral fija los límites del régimen político pues depende esencialmente de dicho sistema qué fuerzas políticas quedarán representadas en el Congreso.

En términos concretos, la reforma consistió en introducir el coeficiente de D'Hondt como método de asignación de escaños (Art. 121 del DFL N°2), en aumentar los diputados elegidos por distrito (Art. 188 del DFL N° 2), criterios para su futuro aumento (Art. 189 del DFL N°2), y el aumento de senadores por circunscripción (Art. 190 del DFL N°2).

La pregunta que debemos hacernos es la siguiente:

¿En qué sentido el sistema del coeficiente de D'Hondt satisface ciertos objetivos políticos, como por ejemplo los señalados por la Presidenta Bachelet en su presentación de la reforma del sistema binominal?

Para responder a esta pregunta no es suficiente con explicitar *el modo como el sistema de D'Hondt funciona, el algoritmo propiamente tal*, sino también investigar *qué sentido tiene dicho algoritmo, es decir,*

qué propiedades satisface el sistema de D'Hondt y cuál es la significación política de dicha significación. Estas notas discutirán ambas preguntas.

2. ¿Cómo funciona el sistema de D'Hondt

El sistema de D'Hondt fue propuesto por el abogado belga Víctor D'Hondt en 1882 en su texto titulado *Système pratique et raisonné de représentation proportionnelle*, publicado en Bruselas. Este método es exactamente el mismo que Thomas Jefferson propuso en una carta dirigida al Presidente George Washington el 4 de abril de 1792. El método de D'Hondt o de Jefferson fue conocido en nuestro país como método de *Cifra Repartidora*.

2.1. Algoritmo subyacente al método de D'Hondt

El algoritmo que subyace al método de D'Hondt se describe de la siguiente manera:

- (a) Se considera el total de votos de cada lista.
- (b) Se divide el total de votos de cada lista por 1, por 2, por 3 y así sucesivamente hasta el número de representantes que hay que elegir, que denotaremos por h .
- (c) Se ordenan de mayor a menor los cocientes resultantes de la división realizada en el punto anterior.
- (d) Se seleccionan los primeros h cocientes. Cada lista elige un número de representantes igual al número de cocientes seleccionados.

2.1.1. Ejemplo 1

Ilustremos cómo funciona este algoritmo, considerando tres listas: la lista A , la lista B y la lista C . Supongamos que en una determinada elección, la lista A obtiene 43.000 votos, la lista B , 30.000 votos, y la lista C , 27.000 votos. Supongamos además que se deben elegir 6 representantes. Entonces dividimos el total de votos de cada lista por 2, 3, 4, 5 y 6, obteniendo los siguientes resultados (obviamos la parte decimal de las divisiones):

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6
A	43.000	21.500	14.333	10.750	8.600	7.167
B	30.000	15.000	10.000	7.500	6.000	5.000
C	27.000	13.500	9.000	6.750	5.400	4.500

Una vez que hemos obtenido estos cocientes, los ordenamos de mayor a menor, lo que hacemos poniendo un número en color rojo arriba, a la derecha de cada cociente:

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6
A	43.000 ¹	21.500 ⁴	14.333 ⁶	10.750	8.600	7.167
B	30.000 ²	15.000 ⁵	10.000	7.500	6.000	5.000
C	27.000 ³	13.500	9.000	6.750	5.400	4.500

Por lo tanto, la lista *A* obtiene 3 representantes, la lista *B* obtiene 2 representantes y la lista *C* obtiene un representante.

2.1.2. Ejemplo 2

Continuemos con el mismo ejemplo anterior, pero esta vez supongamos que hay que elegir 8 representantes. Entonces hay que continuar ordenando los cocientes anteriores hasta completar una lista de 9 cocientes, como se ilustra en la siguiente tabla:

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6
A	43.000 ¹	21.500 ⁴	14.333 ⁶	10.750 ⁸	8.600	7.167
B	30.000 ²	15.000 ⁵	10.000 ⁹	7.500	6.000	5.000
C	27.000 ³	13.500 ⁷	9.000	6.750	5.400	4.500

Notemos que no fue necesario continuar dividiendo los votos totales por 7, por 8 y por 9, pues se pudieron identificar los 9 primeros cocientes sin necesidad de esta operación. Así, entonces, la lista *A* obtiene 4 representantes, la lista *B* obtiene 3, y la lista *C* obtiene 2.

2.1.3. Ejemplo 3

Consideremos la elección de diputados realizada el 2017. De acuerdo al artículo 188 del DFL N° 2, el distrito 11 puede elegir 6 representantes a la Cámara de Diputados. Los resultados que se obtuvieron se resumen de la siguiente manera:

Lista	Votos
Nulos y Blancos	30.656
B	6.745
G	63.942
M	2.590
N	41.036
O	24.854
P	237.460

donde la composición de las listas es la que se detalla a continuación:

1. Lista B: Independiente Progresista; Partido Progresista.
2. Lista G: Ecologista Verde; Partido Humanista; Igualdad; Independiente Humanista; Independiente Revolución Democrática; Revolución Democrática.
3. Lista M: Unión Patriótica.

4. Lista N: Independiente Comunista de Chile; Independiente por el Partido por la Democracia; Socialista de Chile; Partido por la Democracia.
5. List O: Democracia Cristiana.
6. Lista P: Evolución Política; Renovación Nacional; Unión Demócrata Independiente.

El algoritmo correspondiente al sistema de D'Hondt se aplica *excluyendo los votos blancos y nulos*. Así, dividimos el total de votos que cada lista obtuvo por 1, 2, 3, 4, 5 y 6, pues hay que escoger 6 representantes. Los cocientes resultantes son los siguientes (nuevamente hemos excluido los decimales):

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6
B	6.745	3.373	2.248	1.686	1.349	1.124
G	63.942	31.971	21.314	15.986	12.788	10.657
M	2.590	1.295	863	648	518	432
N	41.036	20.518	13.679	10.259	8.207	6.839
O	24.854	12.427	8.285	6.214	4.971	4.142
P	237.460	118.730	79.153	59.365	47.492	39.577

A continuación, ordenamos estos cocientes de mayor a menor, lo que indicamos con un número rojo arriba a la derecha de cada cifra:

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6
B	6.745	3.373	2.248	1.686	1.349	1.124
G	63.942 ⁴	31.971	21.314	15.986	12.788	10.657
M	2.590	1.295	863	648	518	432
N	41.036	20.518	13.679	10.259	8.207	6.839
O	24.854	12.427	8.285	6.214	4.971	4.142
P	237.460 ¹	118.730 ²	79.153 ³	59.365 ⁵	47.492 ⁶	39.577

Por lo tanto, la lista P obtuvo 5 representantes, mientras que la lista G obtuvo 1 representante.

2.2. El sistema de D'Hondt en nuestro cuerpo legal

El sistema de D'Hondt está explicitado en el Artículo 121 del DFL N°2, cuyo texto reza así:

En el caso de elecciones de diputados y senadores, el Tribunal Calificador de Elecciones proclamará elegidos a los candidatos, conforme a las reglas establecidas en el procedimiento que a continuación se detalla:

- 1) El Tribunal Calificador de Elecciones determinará las preferencias emitidas a favor de cada lista y de cada uno de los candidatos que la integran.
- 2) Se aplicará el sistema electoral de coeficiente D'Hondt, para lo cual se procederá de la siguiente manera:
 - a) Los votos de cada lista se dividirán por uno, dos, tres y así sucesivamente hasta la cantidad de cargos que corresponda elegir.

- b) Los números que han resultado de estas divisiones se ordenarán en orden decreciente hasta el número correspondiente a la cantidad de cargos que se eligen en cada distrito electoral o circunscripción senatorial.
 - c) A cada lista o pacto electoral se le atribuirán tantos escaños como números tenga en la escala descrita en la letra b).
- 3) En el caso de las listas conformadas por un solo partido político, el Tribunal Calificador de Elecciones proclamará electos a los candidatos que hayan obtenido las más altas mayorías individuales de cada lista, de acuerdo al número de cargos que le correspondan a cada una de ellas, luego de aplicar las reglas descritas precedentemente.
- 4) En el caso de los pactos electorales, se aplicarán las siguientes reglas para determinar cuántos escaños le corresponden a cada uno de ellos:
- a) Se calculará el total de los votos de cada partido político o, en su caso, de la suma de cada partido político y las candidaturas independientes asociadas a ese partido.
 - b) Se dividirá por uno, dos, tres y así sucesivamente, hasta la cantidad de cargos asignados al pacto electoral.
 - c) A cada partido político o, en su caso, a cada partido y las candidaturas independientes asociadas a éste, se le atribuirán tantos escaños como números tenga en la escala descrita en la letra b) precedente.
 - d) El Tribunal Calificador de Elecciones proclamará elegidos a los candidatos que hayan obtenido las más altas mayorías individuales de cada partido político o, en su caso, de cada partido, considerando las candidaturas independientes asociadas éste dentro de un pacto electoral, de acuerdo a los cupos obtenidos por cada uno de ellos.

En caso de empate entre candidatos de una misma lista, o entre candidatos de distintas listas que a su vez estén empatadas, el Tribunal Calificador de Elecciones procederá en audiencia pública a efectuar un sorteo entre ellos, y proclamará elegido al que salga favorecido.

Comentemos este artículo, focalizando la atención primero sobre los numerales 1, 2 y 3; y luego sobre el numeral 4.

2.2.1. Dos etapas de la asignación de escaños

El numeral 1 del artículo 121 corresponde a contar el total de votos por lista, a la vez de consignar para cada lista la cantidad de votos que cada candidato ha obtenido. El numeral 2 detalla el algoritmo que subyace al método de D'Hondt. En numeral 3 norma cómo deben asignarse las sillas o escaños que ha obtenido cada lista en el caso que *la lista esté conformada por un solo partido político*. Por lo tanto, si una lista que constituye un partido político puede elegir 3 representantes, entonces los electos serán las tres primeras mayorías individuales.

2.2.2. ¿Qué ocurre cuando la lista conforma un pacto? Ejemplo del Distrito 11

Cuando la lista corresponde a un pacto, el numeral 4 indica que el método de D'Hondt debe ser aplicado a la lista de modo de asignar las sillas que la lista obtuvo entre los partidos que conforman el pacto. Esto

requiere que se consideren ahora los votos que cada partido del pacto obtuvo. Una vez asignados los escaños a cada partido, la asignación individual se hará de acuerdo a las correspondientes mayorías individuales.

Ilustremos este procedimiento con la lista P utilizada anteriormente, la que en la elección del 2017 obtuvo 5 escaños. La lista P es un pacto que incluye tres partidos políticos: Evolución Política (EVOPO-LI), Renovación Nacional (RN) y Unión Demócrata Independiente (UDI). Los candidatos de cada uno de estos partidos, junto a los votos individuales que obtuvieron, así como los votos de cada partido, se resumen en la siguiente tabla:

Partido	Candidato/o	Votos individuales	Votos del partido
EVOPOLI	Francisco Undurraga	58.666	58.666
	Catalina Del Real	43.499	
RN	Gonzalo Fuenzalida	60.132	110.510
	Karin Luck	6.879	
	Pablo Terrazas	25.482	
UDI	Bárbara Soto	12.071	68.284
	Guillermo Ramírez	30.731	

Las 5 sillas que obtuvo la lista P deben repartirse entre EVOPOLI, RN y la UDI, usando el método de D'Hondt. Para ello, es necesario dividir el total de votos que cada partido obtuvo por 1, 2, 3, 4 y 5. Los cocientes resultantes son los siguientes (nuevamente, omitimos los decimales):

Partido	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5
EVOPOLI	58.666	29.333	19.555	14.667	11.733
RN	110.510	55.255	36.837	27.628	22.102
UDI	68.284	34.142	22.761	17.071	13.657

Luego, siguiendo con el algoritmo, ordenamos estos cocientes de mayor a menor, lo que nuevamente estará marcado con un número rojo arriba a la derecha de cada cociente:

Partido	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5
EVOPOLI	58.666 ³	29.333	19.555	14.667	11.733
RN	110.510 ¹	55.255 ⁴	36.837 ⁵	27.628	22.102
UDI	68.284 ²	34.142	22.761	17.071	13.657

Por lo tanto, RN obtiene 3 representantes, mientras que la UDI y EVOPOLI obtienen 1 representante cada uno. Los electos se escogen de acuerdo a las mayorías individuales. Así,

1. Los electos de RN son Gonzalo Fuenzalida con 60.132 votos, Catalina Del Real con 6.879 votos y Karin Luck con 6.879 votos.
2. El electo de EVOPOLI es Francisco Undurraga con 58.666 votos.
3. El electo de la UDI es Guillermo Ramírez con 30.731 votos.

En este ejemplo se observa lo que comúnmente se ha llamado *arrastre de un candidato*: la candidata Karin Luck de RN fue electa con 6.879 votos, mientras que por ejemplo la candidata Bárbara Soto de la UDI, que obtuvo 12.071 votos, no fue electa.

2.2.3. ¿Qué ocurre cuando la lista conforma un pacto? Ejemplo del Distrito 10

En el distrito 10 compitieron 7 listas. La cantidad de votos que cada una de ellas obtuvo se resume en la siguiente tabla:

Lista	Votos
Nulos y Blancos	32.446
B	7.818
G	152.390
M	3.357
N	63.935
O	33.509
P	168.105
R	7.355

donde la composición de las listas es similar a la mencionada en la Sección 2.1.3, a la que se incluye la lista R que corresponde a una candidatura independiente.

De acuerdo al artículo 188 del DFL N° 2, el distrito 10 puede elegir 8 diputados. Aplicando el algoritmo correspondiente al sistema de D'Hondt, dividimos el total de votos que cada lista obtuvo por 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Los cocientes resultantes son los siguientes (nuevamente hemos excluido los decimales):

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6	: 7	: 8
B	7.818	3.909	2.606	1.955	1.564	1.303	1.117	977
G	152.390	76.195	50.797	38.098	30.478	25.398	21.770	19.049
M	3.357	1.679	1.119	839	671	560	480	420
N	63.935	31.968	21.312	15.984	12.787	10.656	9.134	7.992
O	33.509	16.755	11.170	8.377	6.702	5.585	4.787	4.189
P	168.105	84.053	56.035	42.026	33.621	28.018	24.015	21.013
R	7.355	3.678	2.452	1.839	1.471	1.226	1.051	919

A continuación, ordenamos estos cocientes de mayor a menor, lo que se indica nuevamente con un número en color rojo arriba a la derecha de cada cociente:

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5	: 6	: 7	: 8
B	7.818	3.909	2.606	1.955	1.564	1.303	1.117	977
G	152.390 ²	76.195 ⁴	50.797 ⁷	38.098	30.478	25.398	21.770	19.049
M	3.357	1.679	1.119	839	671	560	480	420
N	63.935 ⁵	31.968	21.312	15.984	12.787	10.656	9.134	7.992
O	33.509	16.755	11.170	8.377	6.702	5.585	4.787	4.189
P	168.105 ¹	84.053 ³	56.035 ⁶	42.026 ⁸	33.621	28.018	24.015	21.013
R	7.355	3.678	2.452	1.839	1.471	1.226	1.051	919

Por lo tanto, la lista G obtiene 3 escaños, la lista N solo 1, y la lista P obtiene 4 escaños.

Ahora bien, la lista G es un pacto que incluye Revolución Democrática (RD), Ecologista Verde (PEV), Partido Humanista (PH), Independientes Ecologista Verde (IND EV) e Independiente Igualdad (IND IG); estos últimos son considerados como partidos para los efectos de la asignación de escaños. Los candidatos de cada uno de estos partidos, junto a los votos individuales que obtuvieron, así como los votos de cada partido, se resumen en la siguiente tabla:

Partido	Candidato	Voto individuales	Votos del partido
PEV	Patricio Neira	1.464	11.320
	Rosario Olivares	4.063	
	Francisco Figueroa	5.793	
PH	Christian Pulgar	1.108	1.108
IND EV	Juan Santibáñez	1.373	1.373
IND IG	Alberto Mayol	25.376	25.376
	Natalia Castillo	4.453	
RD	Gonzálo Winter	5.237	113.213
	Giorgio Jackson	103.523	

Las 3 sillas que obtuvo la lista G deben repartirse entre PEV, PH, IND EV, IND IG y RD, usando el método de D'Hondt. Para ello, es necesario dividir el total de votos que cada partido obtuvo por 1, 2 y 3. Los cocientes resultantes son los siguientes (nuevamente, omitimos los decimales):

Partido	Votos	: 2	: 3
PEV	11.320	5.660	3.773
PH	1.108	554	369
IND EV	1.373	687	458
IND IG	25.376	12.688	8.459
RD	113.213	56.607	37.738

Luego, siguiendo con el algoritmo, ordenamos estos cocientes de mayor a menor, lo que nuevamente estará marcado con un número rojo arriba a la derecha de cada cociente:

Partido	Votos	: 2	: 3
PEV	11.320	5.660	3.773
PH	1.108	554	369
IND EV	1.373	687	458
IND IG	25.376	12.688	8.459
RD	113.213 ¹	56.607 ²	37.738 ³

Por lo tanto, RD obtiene 3 electos: Giorgio Jackson con 103.523 votos, Natalia Castillo con 4.453 votos y Gonzálo Winter con 5.237 votos. Nuevamente se aprecia el fenómeno llamado de arrastre. De hecho, el independiente Alberto Mayol obtuvo 25.376 votos, pero no consiguió un escaño pues la lista G era un pacto en el distrito 10.

3. ¿Qué significa el sistema de D'Hondt

El primer aspecto que hay que considerar es que los sistemas de asignación proporcionales asignan sillas de manera proporcional a la cantidad de votos que obtiene una *lista*: el énfasis se pone sobre las listas, y no sobre los candidatos individuales. Ya en 1882, Víctor D'Hondt caracterizaba de esta manera los sistemas proporcionales:

Desde un punto de vista práctico, la representación proporcional consiste en la asignación de sillas entre partidos proporcionalmente a su importancia respectiva. Todo sistema de representación proporcional debe entonces determinar exactamente la fuerza electoral de los partidos, y realizar una asignación de sillas justa.

3.1. El problema de la asignación parlamentaria

Ahora bien, ¿cuál es la forma de determinar la *fuerza electoral* de una lista? Pues por medio de la proporción de votos que obtiene en una determinada elección. Así, en el ejemplo discutido en la Sección 2.1.1, la fuerza electoral se determina dividiendo el total de votos de cada lista por el total de votos de los electores:

Lista	Votos	Fuerza electoral
A	43.000	0.43
B	30.000	0.30
C	27.000	0.27
Total	100.000	1.00

La fuerza electoral de la lista *A* corresponde al 43 % de los electores, la de la lista *B*, al 30 % de los electores y la lista *C*, al 27 % de los electores. Hay que enfatizar que se trata de una fuerza electoral *relativa a una elección determinada*, por lo que la misma puede cambiar en elecciones futuras.

Supongamos que se asignaran 27 sillars entre estas tres listas. Entonces, de acuerdo al principio de representación proporcional, cada lista debe recibir un porcentaje o proporción de sillars equivalentes a su fuerza electoral respectiva. Esto significa realizar la siguiente asignación:

Lista	Votos	Fuerza electoral	Asignación
A	43.000	0.43	11.61
B	30.000	0.30	8.10
C	27.000	0.27	7.29
Total	100.000	1.00	27

Dado que una silla no puede dividirse, la pregunta es *¿cómo redondear dichas cantidades?* Hay dos posibles soluciones:

1. Otorgar la parte entera a cada lista.
2. Otorgar la parte entera más uno a cada lista.

Dado que la asignación debe ser *justa*, una u otra solución deben ser aplicadas por igual a todas las listas, las que se muestran a continuación:

Lista	Votos	Fuerza electoral	Asignación	Parte entera	Parte entera + 1
A	43.000	0.43	11.61	11	12
B	30.000	0.30	8.10	8	9
C	27.000	0.27	7.29	7	8
Total	100.000	1.00	27	26	29

El problema de la asignación proporcional resulta ahora más explícito de enunciar:

Si se escoge la primera solución, ¿qué criterio utilizar para elegir una de las listas y asignarle la silla faltante? Si se escoge la segunda solución, ¿qué criterio utilizar para escoger las listas a las cuales es necesario quitarle las sillars sobrantes (que en este ejemplo son 2)?

Este problema *no tiene solución única*. De hecho, existe más de una solución: cada una de estas corresponde a *un sistema de asignación determinado*. En particular, existe una familia de sistemas de asignación parlamentaria que se llaman *sistemas proporcionales*, así en plural pues, asumiendo el principio de proporcionalidad, la solución al problema anterior no es única.

3.2. Los pilares de los sistemas proporcionales

Existe una teoría matemática de los sistemas proporcionales desarrollada por E. V. Huntington en la década de 1920-1930¹. Los pilares de esta teoría son tres:

- **Equidad de la representación parlamentaria:** la cantidad de sillas por voto de todas las listas debe ser la misma. Por ejemplo, si una lista obtiene 10 sillas con 200 votos, entonces otra lista solo puede obtener 1 silla con 20 votos; esto es,

$$\frac{200 \text{ votos}}{10 \text{ silla}} = \frac{20 \text{ votos}}{1 \text{ silla}}.$$

Huntington enfatiza que la igualdad anterior se puede expresar de varias formas equivalentes, como por ejemplo las siguientes²:

- (a) $\frac{10 \text{ sillas}}{200 \text{ votos}} = \frac{1 \text{ silla}}{20 \text{ votos}}$, lo que corresponde a valorar una fracción de silla por voto; en este caso, un voto alcanza para tener una fracción $1/20$ de una silla.
- (b) $10 \text{ sillas} = \frac{200 \text{ votos} \times 1 \text{ silla}}{20 \text{ votos}}$, lo que corresponde a calcular la cantidad de sillas que corresponde a una lista que obtuvo 200 votos bajo el supuesto que una lista que obtuvo 20 votos tiene 1 silla. Notemos que esto no es otra cosa que la *regla de tres*.

- **Medir la inequidad en la representación:** el pilar anterior es un ideal pues típicamente no se tendrá la igualdad. Entonces Huntington propone medir la inequidad en la representación, lo que por ejemplo podría hacerse de la siguiente manera: si una lista que tiene 200 votos, adquiere 10 sillas, y otra que tiene 150 votos adquiere 8 sillas, la inequidad en la representación está dada por la diferencia

$$\frac{200 \text{ votos}}{10 \text{ sillas}} - \frac{150 \text{ votos}}{8 \text{ sillas}} = 1,25 \text{ votos por silla}^3.$$

- **Cada silla se asigna a una lista de modo de disminuir la inequidad en la representación:** este es el pilar esencial de los sistemas proporcionales.

¹Esta teoría está desarrollada principalmente en estos dos trabajos: E. V. Huntington (1921). The Mathematical Theory of the Apportionment of Representatives. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 7, 123-127; E. V. Huntington (1928). The Apportionment of Representatives in Congress. *Transactions of the American Mathematical Society* 30, 85-110.

²Si p_1 y p_2 designan el total de votos que obtiene las listas A y B , y a_1 y a_2 el total de sillas que se les asignan, hay equidad en la representación si $\frac{p_1}{a_1} = \frac{p_2}{a_2}$, lo que es equivalente a $\frac{a_1}{p_1} = \frac{a_2}{p_2}$, lo que a su vez es equivalente a $a_1 = a_2 \times \frac{p_1}{p_2}$, etc.

³Formalmente, la inequidad en la representación se puede medir como la distancia entre p_1/a_1 y p_2/a_2 , es decir, $\left| \frac{p_1}{a_1} - \frac{p_2}{a_2} \right|$; o la distancia en valor absoluto entre a_1/p_1 y a_2/p_2 ; o la distancia en valor absoluto entre a_1 y $a_2 \times \frac{p_1}{p_2}$; etc.

Comentemos brevemente el tercer pilar: consideremos el algoritmo que subyace al sistema de D'Hondt tal y como ha sido descrito en la Sección 2.1. Si consideramos nuevamente los ejemplos, constataremos que la asignación de escaños es un *procedimiento iterativo*, es decir, una vez que se han calculado los cocientes, se realiza la asignación silla a silla: la primera silla corresponde a la lista que tiene el mayor cociente; la segunda silla corresponde a la lista que tiene el segundo mayor cociente; y así sucesivamente hasta asignar todas las sillas en disputa. Por lo tanto, cada vez que se asigna una silla, se está disminuyendo la inequidad en la representación. De hecho, podemos concluir que *entre más sillas se reparten, menor será la inequidad en la representación*.

3.2.1. ¿Cómo disminuye la inequidad en la representación el sistema de D'Hondt?

Para hacer explícito el significado del sistema de D'Hondt, es necesario identificar la forma en que asigna una silla de modo de disminuir la inequidad en la representación. Ilustremos estas ideas con el ejemplo discutido en la Sección 2.1.1. Volvamos a observar los cocientes ordenados de mayor a menor:

Lista	Votos	: 2	: 3	: 4	: 5
A	43.000 ¹	21500 ⁴	14333 ⁶	10750 ⁸	8600
B	30.000 ²	15000 ⁵	10000 ⁹	7500	6000
C	27.000 ³	13500 ⁷	9000	6750	5400

Supongamos que hemos asignado 4 sillas: la lista *A* ha recibido 2 sillas, la lista *B* ha recibido 1 silla y la lista *C* ha recibido 1 silla. Vamos a asignar la cuarta silla: ¿a qué lista hay que asignarle dicha silla de modo que la inequidad sea lo menor posible? Para responder a esta pregunta, se toman pares de listas y se suponen dos posibles escenarios: uno en el cual una lista recibe la nueva silla, y otro en el que la otra lista re recibe. Por ejemplo, consideremos las listas *A* y *B* de nuestro ejemplo:

- **Escenario 1.** Supongamos que la lista *A* se lleva la nueva silla, por lo que se tiene lo siguiente:

Lista <i>A</i>	43.000	2+1
Lista <i>B</i>	30.000	1

El método de D'Hondt mide la inequidad en la representación preguntándose cuántas sillas debería recibir la lista *B* dado que obtuvo 30.000 votos, sabiendo además que la lista *A* obtiene 3 sillas con 43.000 votos. Esto lo responde por medio de una regla de tres:

$$3 \times \frac{30,000}{43,000}.$$

Esta cantidad la compara con 1 silla, la que tiene *B*, por lo que la equidad del primer escenario está dada por

$$3 \times \frac{30000}{43000} - 1 = 1,09.$$

- **Escenario 2.** Supongamos ahora que la lista B se lleva la nueva silla, por lo que se tiene lo siguiente:

Lista A	43.000	2
Lista B	30.000	1 + 1

La inequidad en la representación se obtiene preguntándose cuántas sillas debería recibir la lista A dado que obtuvo 43.000 votos, sabiendo además que la lista B obtiene 2 sillas con 30.000 votos. Esto lo responde por medio de una regla de tres:

$$1 \times \frac{43,000}{30,000}.$$

Esta cantidad la compara con 2 sillas, las que tiene A , por lo que la equidad del segundo escenario está dada por

$$1 \times \frac{43,000}{30,000} - 2 = 0,86.$$

Dado que la inequidad en la representación del escenario 2 es menor que la inequidad en la representación del escenario 1, la nueva silla debería adjudicarse a la lista B , que es precisamente el caso tal y como se ve en la tabla de los cocientes ordenados.

3.2.2. De vuelta al algoritmo del sistema de D'Hondt

El razonamiento anterior es lo que define el algoritmo que subyace al sistema de D'Hondt. Más específicamente, consideremos dos listas: la lista A que tiene p_1 votos y que ya ha adquirido a_1 sillas; y la lista B que tiene p_2 votos y que ya ha adquirido a_2 sillas. Vamos a asignar la siguiente silla. El escenario 1 está dado por

Lista A	p_1 votos	$a_1 + 1$ sillas
Lista B	p_2 votos	a_2 sillas

mientras que el escenario 2 está dado por

Lista A	p_1 votos	a_1 sillas
Lista B	p_2 votos	$a_2 + 1$ sillas.

Entonces la inequidad en la representación del escenario 1 es *menor* que la inequidad en la representación del escenario 2 si

$$\frac{p_1}{a_1 + 1} > \frac{p_2}{a_2 + 1}.$$

Esta desigualdad constituye el criterio que utiliza el algoritmo del sistema de D'Hondt. En efecto, consideremos estas dos listas y supongamos que $p_1 > p_2$ (es decir, que la lista A tiene más votos que la lista B). Entonces:

- **Paso 1:** tanto la lista A como la lista B parten con 0 sillas asignadas. Entonces la lista A se lleva la silla pues

$$\frac{p_1}{0+1} > \frac{p_2}{0+1},$$

que es precisamente el supuesto que A tiene más votos que B . Por tanto, como resultado de este paso, $a_1 = 1$ y $a_2 = 0$.

- **Paso 2:** la lista A tiene una silla y la lista B tiene 0 silla. La lista A se lleva la siguiente silla si

$$\frac{p_1}{1+1} > \frac{p_2}{0+1}.$$

Si esto ocurre, entonces $a_1 = 2$ y $a_2 = 0$. Pero si

$$\frac{p_1}{1+1} < \frac{p_2}{0+1},$$

entonces la lista B se lleva la nueva silla y, por tanto, $a_1 = 1$ y $a_2 = 1$.

- **Paso 3:** aquí pueden ocurrir dos casos dependiendo de lo que ocurrió en el paso anterior.
 - Supongamos que la lista A tiene 2 sillas y la lista B 0 silla. Entonces la lista A se lleva la nueva silla si

$$\frac{p_1}{2+1} > \frac{p_2}{0+1},$$

en cuyo caso $a_1 = 3$ y $a_2 = 0$. Pero si

$$\frac{p_1}{2+1} < \frac{p_2}{0+1},$$

la lista B se lleva la nueva silla, en cuyo caso $a_1 = 2$ y $a_2 = 1$.

- Supongamos, por el contrario, que el paso 2 dió como resultado que $a_1 = 1$ y $a_2 = 1$. Entonces la lista A se lleva la nueva silla si

$$\frac{p_1}{1+1} > \frac{p_2}{1+1},$$

en cuyo caso $a_1 = 2$ y $a_2 = 1$. Pero si

$$\frac{p_1}{1+1} < \frac{p_2}{1+1},$$

la lista B se lleva la nueva silla, en cuyo caso $a_1 = 1$ y $a_2 = 2$.

- Y así sucesivamente.

Esta descripción equivalente del algoritmo subyacente al sistema de D'Hondt permite sacar una importante conclusión: si solo hay dos sillas que repartir, entonces el algoritmo tendrá dos pasos. Notemos entonces que la lista A se lleva las dos sillas *si sus votos son mayores que el doble de los votos de la lista B* . En caso contrario, cada lista se lleva una silla. Esto corresponde al sistema binominal y, por tanto, la conclusión es la siguiente:

El algoritmo que subyace al sistema binominal es exactamente el algoritmo que subyace al sistema de D'Hondt, cuando este último se aplica para asignar dos sillars.

En términos de algoritmo, en democracia o en dictadura, Chile siempre ha usado uno y solo uno, el método de D'Hondt.

En segundo lugar, la manera en que se van asignando sillars por medio del método de D'Hondt queda ilustrado en la Figura 1: aquí hemos puesto un vector de cinco coordenadas, pues asumimos que hay 5 listas compitiendo por los escaños. Todos parten con 0 silla, y es por ello que el nodo inicial es (0,0,0,0,0). Las condiciones para adquirir una silla están puestas arriba o debajo de las flechas que conectan un nodo con otro. Cuando una lista adquiere una nueva silla, se contabiliza en la posición que corresponde. Por ejemplo, cuando se pasa de (1,1,0,0,0) a (2,1,0,0,0) significa que la primera lista adquirió la nueva silla. Resulta ilustrativo observar la evolución de la asignación de sillars pues se constata lo difícil que es adquirir una; además, se puede constatar que hay varias formas de llegar a un determinado nodo: por ejemplo, se puede llegar a (2,1,0,0,0) a partir de (2,0,0,0,0), supuesto que los votos de la primera lista no triplican los de la segunda; o de (1,1,0,0,0), suponiendo que los votos de la primera lista doblan los de la tercera.

En tercer lugar, hay que decir que el sistema de D'Hondt escoge una determinada manera de medir inequidad en la representación: hay otras formas que dan lugar a otros 4 sistemas proporcionales diferentes.

3.3. Propiedades del sistema de D'Hondt

A partir del algoritmo anterior se pueden desprender ciertas propiedades del sistema de D'Hondt que tiene a su vez un correlato político. Discutiremos, por medio de ilustraciones, tres de ellas: la relación que hay entre las asignaciones de sillars y la cuota exacta; el hecho que el sistema de D'Hondt es el único método entre los sistemas proporcionales que alienta las coaliciones; y un criterio que permite calcular la proporción mínima de votos que se debe obtener para tener al menos una silla asignada.

3.3.1. La cuota exacta

Supongamos que en un distrito se van a asignar h sillars. La cuota exacta se define como el producto entre la fuerza electoral y h . Para ilustrar esta definición, volvamos a considerar los resultados obtenidos por las listas que compitieron por los 6 escaños del distrito 11 en la elección de diputados de 2017:

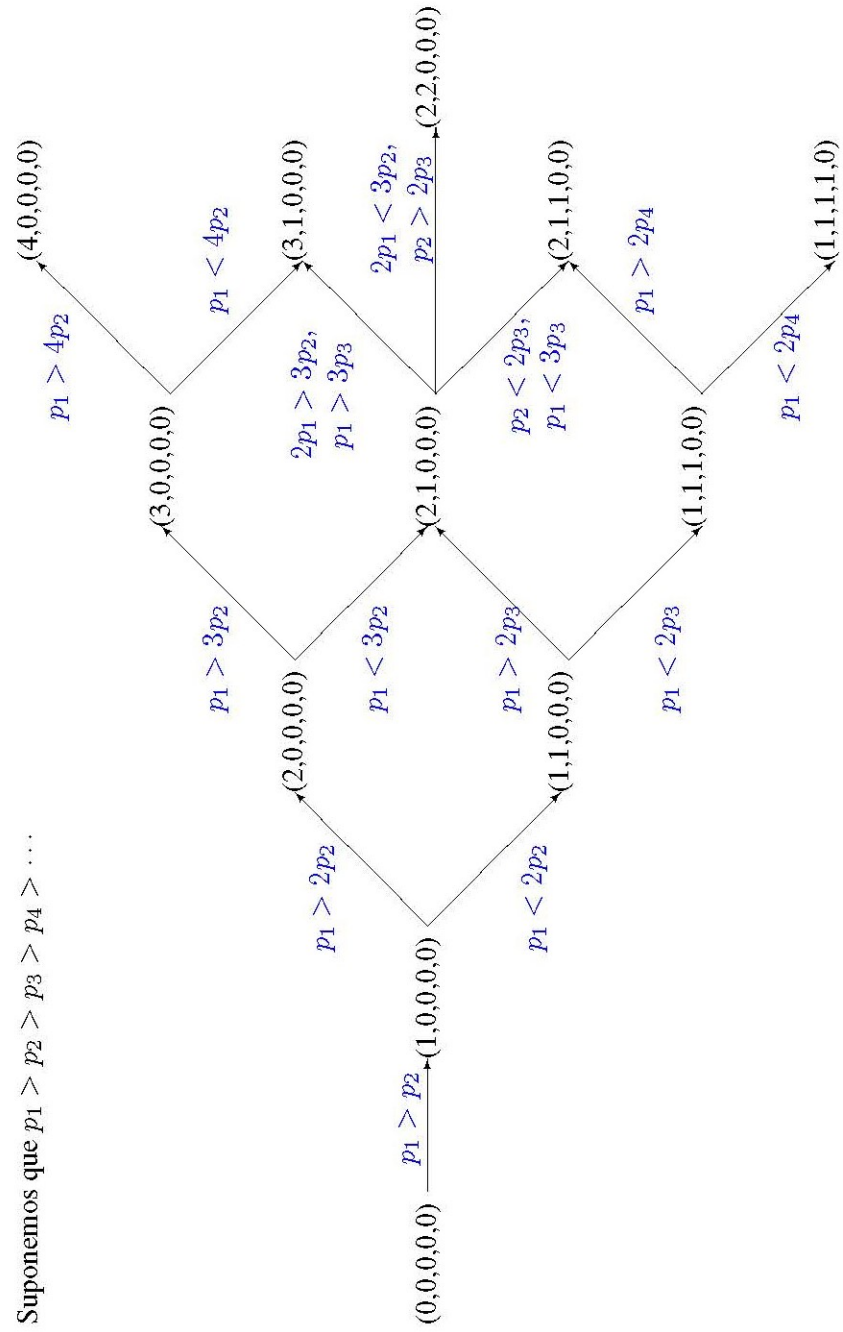
Lista	Votos	Fuerza electoral	Cuota exacta	Sillars asignadas
B	6.745	0,018	0,11	0
G	63.942	0,170	1,02	1
M	2.590	0,007	0,04	0
N	41.036	0,109	0,65	0
O	24.854	0,066	0,40	0
P	237.460	0,630	3,78	5
Total	376.627	1,00	6	6

Figura 1: Evolución de la asignación de sillas según el método de D'Hondt

Evolución de la asignación de sillas según el método de D'Hondt

p_i denota la cantidad de votos que obtiene la lista i

Suponemos que $p_1 > p_2 > p_3 > p_4 > \dots$



Como lo hemos sugerido en la Sección 3.1, la fuerza electoral corresponde al ideal político que subyace a la representación proporcional, por lo que la cuota exacta corresponde a una asignación de sillas coherente con dicho ideal. Sin embargo, como ya lo hemos discutido, no es posible dividir una silla. Pero como vemos en este ejemplo, la asignación que la lista P obtiene con el sistema de D’Hondt es mayor que la parte entera de la cuota exacta, a saber 3, y también mayor que dicha parte entera más uno.

Se dice que un sistema de asignación parlamentaria *respeto la cuota* si la asignación de sillas que se obtiene con dicho método es al menos igual a la parte entera de la cuota exacta o a lo más igual a dicha parte más uno. Una de las propiedades del sistema de D’Hondt es que dicho sistema *no respeta la cuota*, antes bien tiende a asignar sillas por encima de la parte entera de la cuota exacta más uno, lo que suele ocurrir cuando dicha cuota es “muy grande”. En otras palabras, el sistema de D’Hondt siempre privilegiará en la asignación de sillas a las listas que concitan “una cantidad grande de votos”. Esto significa que una lista que no logra concitar “muchos votos” –una minoría–, no logrará una representación en el Congreso. Digamos de paso que esta propiedad al menos complementaría la idea política que se usó para justificar la reforma del sistema binominal, tal y como ha sido recordado en la sección introductoria.

3.4. Incentivar las coaliciones

El método de D’Hondt es el único de los métodos proporcionales que incentiva las coaliciones. Esto significa que la cantidad de escaños que hubiesen obtenido dos listas que inicialmente fueron por separado, sería mayor o igual a la suma de los escaños que han obtenido por separado. Por ejemplo, supongamos que en la elección de diputados de 2017, las listas N y O que inicialmente fueron por separado, hubiesen ido juntas. Entonces, asumiendo que el comportamiento de los electores hubiese sido el mismo, se tendría la siguiente situación:

Lista	Votos	Asignación
B	6745	0
G	63942	1
M	2590	0
N + O	65890	1
P	237460	4

En este escenario, la lista P hubiese obtenido solo 4 escaños, mientras que la coalición N + O (que básicamente correspondería a la ex-Concertación) hubiese obtenido un escaño.

Esta propiedad del método de D’Hondt nuevamente confirma el hecho que privilegia “listas fuertes”, cuya fuerza puede surgir de la coalición.

3.4.1. Una silla garantizada

Por último, sistema de D’Hondt asegura que una lista obtiene al menos un escaño si obtiene una proporción de votos mayor o igual a

$$\frac{1}{h + 1}.$$

Esto se desprende de forma inmediata del algoritmo que subyace a dicho método.

En el caso del distrito 11, dado que se deben elegir 6 representantes, el porcentaje mínimo de voto que una lista debe obtener para optar al menos por un escaño es igual a $1/7$, es decir, 14.29 %. El distrito 11 cuenta con 721.898 electores: si todos fuesen a votar para elegir convencionales, entonces una lista obtendrá al menos un escaño si obtiene al menos 103.159 votos. En la elección de diputados de 2017 asistieron a votar 407.571 electores: si un número similar de electores asiste a votar para la elección de convencionales, entonces una lista obtendrá al menos un escaño si obtiene al menos 58.242 votos. El 25 de octubre recién pasado asistieron 456.531 ciudadanos a votar: si un número similar de electores asiste a votar para la elección de convencionales, entonces una lista obtendrá al menos un escaño si obtiene al menos 65.238 votos.

4. Reflexiones finales

Un sistema electoral tiene una virtud relevante para una democracia: define incentivos para configurar un régimen político determinado. Pues bien, hay un par de lecciones que en el Proceso Constituyente que estamos viviendo resultan importantes retener:

1. En primer lugar, es necesario constatar que los sistemas electorales resuelven el problema de asignación parlamentaria, el que a su vez surge del hecho que las sillas en el Congreso no se pueden dividir. Dicha solución *no es única*, lo que en particular significa que la expresión *sistema proporcional* no es unívoca: no hay un único método asociado a esta expresión, sino más de uno.
2. Los sistemas proporcionales se basan sobre la idea que la asignación de escaños se hace para disminuir la inequidad en la representación. Por lo tanto, más sillas tiene un distrito para asignar, menos inequidad en la representación habrá. La forma de caracterizar dicha inequidad da origen a diferentes métodos de asignación parlamentaria.
3. Entre estos métodos, está el método de D'Hondt, el que nos ha acompañado en Chile desde 1925 hasta nuestros días. En efecto, si aplicamos el método de D'Hondt para asignar dos sillas, nos encontramos con el antiguo sistema binominal.
4. El sistema de D'Hondt satisface ciertas propiedades que pueden resumirse diciendo que dicho método privilegia “grandes mayorías” o “grandes coaliciones”. En otras palabras, tenemos un método electoral que propugna cierta estabilidad política.

El 25 de octubre pasado, los ciudadanos optaron por una Convención Constitucional, en desmedro de una Convención Mixta Constitucional, lo que significa que todos los convencionales serán elegidos popularmente, en lugar de tener un número de convencionales provenientes de parlamentarios en ejercicio. Por tanto, si el comportamiento de los electores se mantiene, esto significa que los mismos se inclinarían por candidatos independientes -es decir, que no militan en los actuales partidos políticos. Dado que los convencionales serán elegidos por medio del sistema de D'Hondt, hay lecciones relevantes para los independientes:

1. Si un independiente va en una lista en formato *pacto*, entonces no es del todo claro que sea electo. Bastan las experiencias que se vivieron en el distrito 10, en la que los independientes de la lista G no resultaron electos.
2. Tampoco se trata de levantar una figura independiente carismática, pues un solo candidato debe obtener, en el distrito 11, al menos el 14,29 % de los votos.
3. La vía de la *lista de independientes* resulta no solo estratégica, sino coherente con lo que ocurrió, entre los que asistieron a votar, el 25 de octubre último. Es probable que lo que ocurrió esté muy relacionado con la desafección, cada vez más marcada, que las y los ciudadanos tienen de los partidos políticos. Las listas de independientes tienen un desafío, mostrando la necesaria disidencia de los partidos que cada cierto tiempo parece saludable para una república:

Sin partidos no hay desarrollo, sin disensión no hay progreso⁴.

⁴*Ohne Parteien keine Entwicklung, ohne Scheidung kein Fortschritt*, K. Marx, 14 de julio de 1842 en la revista *Rheinische Zeitung*.