

Espacios de Aprendizaje:

Una innovadora forma de medir atendiendo a la diversidad en el aula

Ernesto San Martín

Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

The Economics School of Louvain, Université catholique de Louvain, Belgium

LIES Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

6o Seminario Internacional de Pensamiento Educativo PEL

Santiago, Octubre 2017

Trabajo conjunto con G. Muñoz y R. Vargas (Facultad de Matemáticas, UC)

- ▶ Intenso debate en torno a las mediciones estandarizadas:
 - ▶ ¿Es posible medir **aprendizaje**, así como otras características mentales y/o sociales?
 - ▶ ¿Cuán restrictivas son las mediciones estandarizadas en relación a la cobertura curricular, e incluso en relación a las relaciones profesor/a-estudiantes? El término **estrechamiento curricular** es ya parte de la jerga educacional y de evaluación de políticas públicas.
 - ▶ ¿Evaluaciones sumativas versus evaluaciones formativas?
¿Estandarizarlas?

- ▶ Spearman (1904) reporta las dudas en torno a la utilidad de medir características individuales de aparente poca importancia como distinguir colores y sonidos.
- ▶ Pero dicho debate es de más larga data:
 - ▶ Henry Miles (1748), *An Essay on Quantity Occasioned by Reading a Treatise, in Which Simple and Compound Ratio's are Applied to Virtue and Merit*.
 - ▶ Debate entre Quetelet (*Sur la Statistique Morale*, 1846) y Moreau de Jones (*Éléments de Statistique*, 1844) en torno al alcance de la Estadística Moral, que se centra en “someter al cálculo [...] los movimientos del alma y los fenómenos de la inteligencia humana”. Tanto Quetelet, como Moreau de Jones, son figuras importantes para la construcción de la estadística en el Chile del siglo XIX.

- ▶ Spearman (1904) reporta las dudas en torno a la utilidad de medir características individuales de aparente poca importancia como distinguir colores y sonidos.
- ▶ Pero dicho debate es de más larga data:
 - ▶ Henry Miles (1748), *An Essay on Quantity Occasioned by Reading a Treatise, in Which Simple and Compound Ratio's are Applied to Virtue and Merit*.
 - ▶ Debate entre Quetelet (*Sur la Statistique Morale*, 1846) y Moreau de Jones (*Éléments de Statistique*, 1844) en torno al alcance de la Estadística Moral, que se centra en “someter al cálculo [...] los movimientos del alma y los fenómenos de la inteligencia humana”. Tanto Quetelet, como Moreau de Jones, son figuras importantes para la construcción de la estadística en el Chile del siglo XIX.

- ▶ Spearman (1904) reporta las dudas en torno a la utilidad de medir características individuales de aparente poca importancia como distinguir colores y sonidos.
- ▶ Pero dicho debate es de más larga data:
 - ▶ Henry Miles (1748), *An Essay on Quantity Occasioned by Reading a Treatise, in Which Simple and Compound Ratio's are Applied to Virtue and Merit*.
 - ▶ Debate entre Quetelet (*Sur la Statistique Morale*, 1846) y Moreau de Jones (*Éléments de Statistique*, 1844) en torno al alcance de la Estadística Moral, que se centra en “someter al cálculo [...] los movimientos del alma y los fenómenos de la inteligencia humana”. Tanto Quetelet, como Moreau de Jones, son figuras importantes para la construcción de la estadística en el Chile del siglo XIX.

- ▶ **Primera respuesta:** asignar un número a una característica.
- ▶ **Segunda respuesta:** el aspecto esencial subyacente a una medición es **inducir un ordenamiento entre los objetos de acuerdo a una característica:**
 - ▶ Podemos ordenar dichas características en un **orden alfabético**.
 - ▶ Podemos ordenar dichas características de forma **parcial**.

- ▶ **Primera respuesta:** asignar un número a una característica.
- ▶ **Segunda respuesta:** el aspecto esencial subyacente a una medición es **inducir un ordenamiento entre los objetos de acuerdo a una característica:**
 - ▶ Podemos ordenar dichas características en un **orden alfabético**.
 - ▶ Podemos ordenar dichas características de forma **parcial**.

- ▶ Cada estudiante responde 4 ítems de matemáticas: cada respuesta puede ser **correcta (1)** o **incorrecta (0)**.
- ▶ Hay $2^4 = 16$ posibles patrones de respuesta:

(0,0,0,0)

(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)

(1,1,0,0), (1,0,1,0), (1,0,0,1), (0,1,1,0), (0,0,1,1), (0,1,0,1)

(1,1,1,0) (1,1,0,1), (1,0,1,1), (0,1,1,1)

(1,1,1,1)

- ▶ Si a cada patrón le asignamos la **suma total de respuestas correctas**, entonces **ordenamos los estudiantes de forma alfabética o total**:

| Patrón de respuesta | Puntaje total |
|--|---------------|
| (0,0,0,0) | 0 |
| (1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1) | 1 |
| (1,1,0,0), (1,0,1,0), (1,0,0,1), (0,1,1,0), (0,0,1,1), (0,1,0,1) | 2 |
| (1,1,1,0) (1,1,0,1), (1,0,1,1), (0,1,1,1) | 3 |
| (1,1,1,1) | 4 |

- ▶ Sin embargo, un estudiante con patrón de respuesta (1,1,0,0) no es superior a uno con patrón de respuesta (0,0,1,0).

- ▶ Si a cada patrón le asignamos la **suma total de respuestas correctas**, entonces **ordenamos los estudiantes de forma alfabética o total**:

| Patrón de respuesta | Puntaje total |
|--|---------------|
| (0,0,0,0) | 0 |
| (1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1) | 1 |
| (1,1,0,0), (1,0,1,0), (1,0,0,1), (0,1,1,0), (0,0,1,1), (0,1,0,1) | 2 |
| (1,1,1,0) (1,1,0,1), (1,0,1,1), (0,1,1,1) | 3 |
| (1,1,1,1) | 4 |

- ▶ Sin embargo, un estudiante con patrón de respuesta **(1,1,0,0)** no es superior a uno con patrón de respuesta **(0,0,1,0)**.

- ▶ Definimos la siguiente relación: el patrón de respuesta j es superior al patrón de respuesta k si y sólo si todos los ítems correctos en k son correctos en j y al menos un ítem correcto en j no es correcto en k .
- ▶ Por ejemplo,

$j = (1, 1, 1, 0)$ es superior a $k = (1, 0, 1, 0)$.

- ▶ La relación anterior se llama **escala de Guttman** (Guttman, 1944), y ordena **parcialmente** los patrones de respuesta.

- ▶ Definimos la siguiente relación: el patrón de respuesta j es superior al patrón de respuesta k si y sólo si todos los ítems correctos en k son correctos en j y al menos un ítem correcto en j no es correcto en k .
- ▶ Por ejemplo,

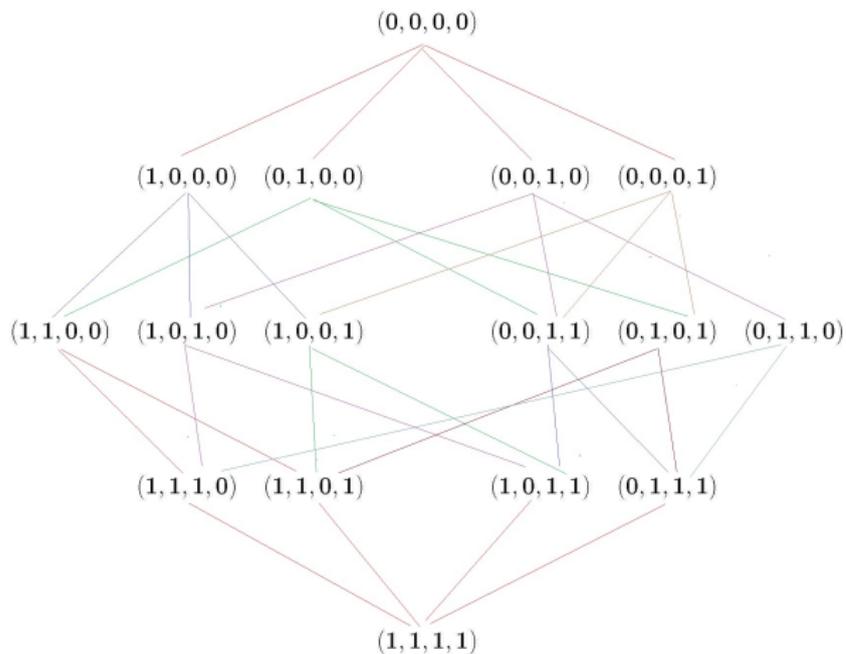
$$j = (1, 1, 1, 0) \text{ es superior a } k = (1, 0, 1, 0).$$

- ▶ La relación anterior se llama **escala de Guttman** (Guttman, 1944), y ordena **parcialmente** los patrones de respuesta.

- ▶ Definimos la siguiente relación: el patrón de respuesta j es superior al patrón de respuesta k si y sólo si todos los ítems correctos en k son correctos en j y al menos un ítem correcto en j no es correcto en k .
- ▶ Por ejemplo,

$$j = (1, 1, 1, 0) \text{ es superior a } k = (1, 0, 1, 0).$$

- ▶ La relación anterior se llama **escala de Guttman** (Guttman, 1944), y ordena **parcialmente** los patrones de respuesta.

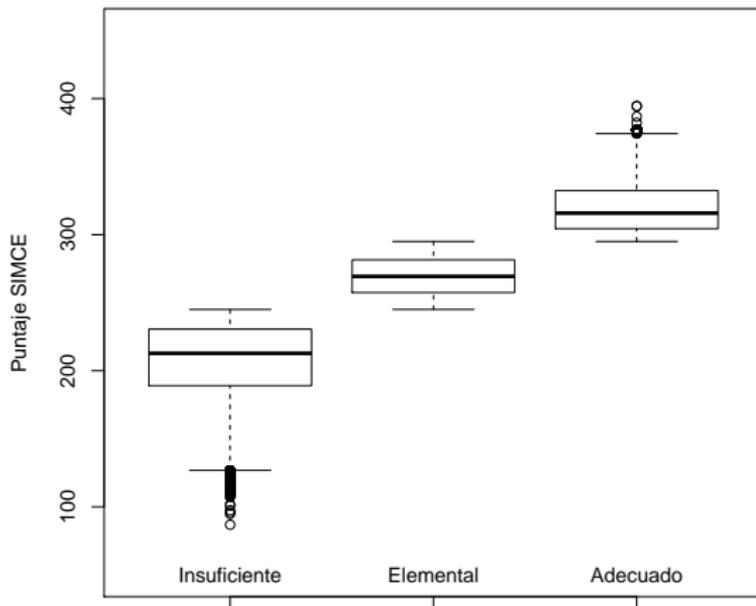


- ▶ Desde una perspectiva psicométrica, ¿cómo se modela el concepto de *aprendizaje*?
- ▶ Típicamente, el aprendizaje se mide comparando transiciones de logro en el tiempo:
 - ▶ Dos o más mediciones en el tiempo: puntajes comparables en el tiempo; *diferencias de puntajes*.
 - ▶ Dos o más mediciones en el tiempo: *clasificación en términos de niveles de logro*, los cuales están ordenados totalmente.
- ▶ Desventajas/Oportunidades:
 - ▶ Diferencias de puntajes versus escalas intervalares.
 - ▶ Clasificación de logros que tienen alta heterogeneidad, lo cual representa la *diversidad presente en las aulas*.

- ▶ Desde una perspectiva psicométrica, ¿cómo se modela el concepto de *aprendizaje*?
- ▶ Típicamente, el aprendizaje se mide comparando transiciones de logro en el tiempo:
 - ▶ Dos o más mediciones en el tiempo: puntajes comparables en el tiempo; *diferencias de puntajes*.
 - ▶ Dos o más mediciones en el tiempo: *clasificación en términos de niveles de logro*, los cuales están ordenados totalmente.
- ▶ Desventajas/Oportunidades:
 - ▶ Diferencias de puntajes versus escalas intervalares.
 - ▶ Clasificación de logros que tienen alta heterogeneidad, lo cual representa la *diversidad presente en las aulas*.

- ▶ Desde una perspectiva psicométrica, ¿cómo se modela el concepto de *aprendizaje*?
- ▶ Típicamente, el aprendizaje se mide comparando transiciones de logro en el tiempo:
 - ▶ Dos o más mediciones en el tiempo: puntajes comparables en el tiempo; *diferencias de puntajes*.
 - ▶ Dos o más mediciones en el tiempo: *clasificación en términos de niveles de logro*, los cuales están ordenados totalmente.
- ▶ Desventajas/Oportunidades:
 - ▶ Diferencias de puntajes versus escalas intervalares.
 - ▶ Clasificación de logros que tienen alta heterogeneidad, lo cual representa la *diversidad presente en las aulas*.

SIMCE Matemáticas 2014, 4° Básico



- ▶ Elementos básicos de una **estructura de conocimiento**:
 - ▶ Un dominio Q que consiste en un conjunto de **problemas bajo consideración**.
 - ▶ Una familia \mathcal{K} de subconjunto de Q llamados **estados de conocimiento**.
 - ▶ La familia \mathcal{K} contiene al menos a Q y al vacío \emptyset .

► Sea Q el siguiente dominio:

1. Multiplicar dos binomios.

Por ejemplo: $(3x + 2)(x - 6)$.

2. Identificar y representar puntos en el plano cartesiano, manualmente o usando un procesador geométricos.

Por ejemplo: ubicar los puntos $(1,2)$ y $(-3,6)$

3. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, gráfica y algebraicamente.

Por ejemplo: resolver el sistema de ecuaciones
$$\begin{aligned} 2x - 6y &= 3 \\ 3x + 5y &= 2. \end{aligned}$$

4. Fracciones equivalentes.

Por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$.

5. Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.

Por ejemplo: representar la función lineal $2x + 6y = 4$ y las funciones equivalentes $2kx + 6ky = 4k$ con $k \neq 0$.

- ▶ ¿Cuáles son los estados de conocimiento?
- ▶ ¿Es eficiente considerar que hay $2^5 = 32$ estados de conocimiento, es decir, que

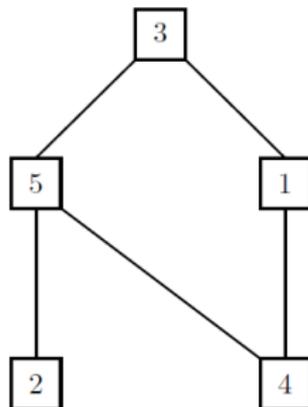
$$\mathcal{K} = \{\emptyset, \{1\}, \dots, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \dots, Q\}?$$

- ▶ Si un estudiante es capaz de resolver uno de dichos problemas, ¿se puede conjeturar que también puede resolver otros problemas?
- ▶ La pregunta anterior sugiere una relación binaria \lesssim entre problemas definida como

$q \lesssim t \iff$ de una respuesta correcta al problema t ,
podemos suponer una respuesta correcta al problema q .

- ▶ La relación \lesssim se llama **la relación de precedencia: q precede a t** .
- ▶ Esta relación es **reflexiva**, y es razonable suponer que es **transitiva**. En otras palabras, es un **cuasi-orden en el conjunto Q** .

- ▶ Una relación de precedencia \lesssim sobre el dominio Q es la siguiente:



- ▶ Convención: cuando se puede llegar a algún problema q desde algún otro problema t por líneas descendentes, entonces decimos que q precede a t , esto es, $q \lesssim t$.

- ▶ Los estados de conocimiento se pueden definir en términos de la relación de precedencia \lesssim :

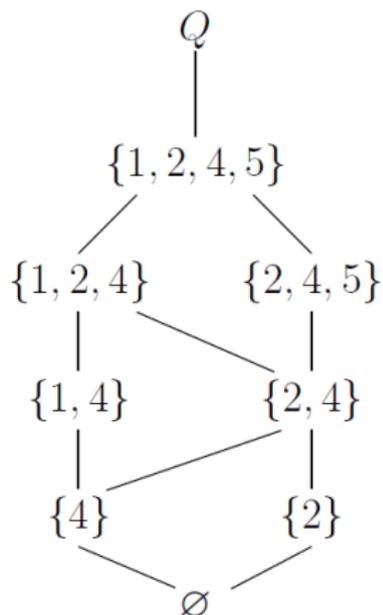
$K \subseteq Q$ es un estado de conocimiento \iff para todo $q, t \in Q$, $q \lesssim t$, y
 $t \in K \Rightarrow q \in K$.

- ▶ Estos es, un conjunto K de problemas es llamado un estado de conocimiento si, cuando K contiene algún problema t , también contiene todos los problemas que se pueden deducir de t .
- ▶ La relación de precedencia \lesssim es **antisimétrica**: $q \lesssim t$ y $t \lesssim q \Rightarrow q = t$.
- ▶ Por lo tanto, \lesssim es un **orden parcial**: los estados de conocimiento se ordenan parcialmente.

- ▶ En nuestro ejemplo, la estructura de conocimiento está dada por

$$\mathcal{K} = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}, \{2, 4, 5\}, \\ \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}.$$

- ▶ \mathcal{K} es cerrada bajo unión.



- ▶ Construcción en base a expertos:

[Q1] Supongamos que un estudiante bajo examen acaba de proporcionar una respuesta incorrecta al problema q_1 . ¿Es prácticamente cierto que este estudiante también fallará el problema q_2 ? Suponemos que se excluyen los errores por descuidos y las conjeturas afortunadas.

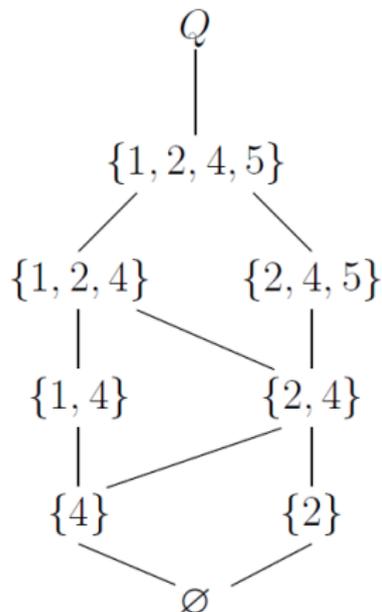
- ▶ Hay dos tipos de respuestas: respuestas positivas y negativas codificadas como APq y ANq , respectivamente.
- ▶ Notemos que la pregunta anterior define una relación de precedencia de la siguiente manera:

$$q \lesssim t \Leftrightarrow \{q\}Pt \quad (1)$$

- ▶ Inicialmente hay que realizar $(2^{n-1} - 1) \times n$ preguntas a los expertos. Pero esta cantidad decrece de manera apreciable.

- ▶ Resumiendo, la construcción de un espacio de conocimiento requiere lo siguiente:
 - ▶ La definición del dominio Q .
 - ▶ Expertos que responden a preguntas del tipo $Q1$.

- Consideremos nuevamente el espacio de conocimiento de nuestro ejemplo:



- ▶ A nivel curricular:
 - ▶ Una noción más amplia del currículum escolar: pasar de una noción **lineal de aprendizaje** a una **diferentes caminos de aprendizaje**.
 - ▶ Desafío: construir los espacios de conocimiento de diferentes subsectores de la enseñanza escolar.
- ▶ Diversidad de aprendizajes:
 - ▶ Existen diferentes caminos para avanzar en el aprendizaje, por lo que el espacio de conocimiento permite gestionar la diversidad en el aula en relación al aprendizaje.
 - ▶ Desafío: identificar el estado en que se encuentra cada estudiantes. Esta identificación se puede hacer cuántas veces se requiera, con tal de tener instrumentos que permitan decidir si un estudiante pertenece o no a un estado determinado.

- ▶ A nivel curricular:
 - ▶ Una noción más amplia del currículum escolar: pasar de una noción **lineal de aprendizaje** a una **diferentes caminos de aprendizaje**.
 - ▶ Desafío: construir los espacios de conocimiento de diferentes subsectores de la enseñanza escolar.
- ▶ Diversidad de aprendizajes:
 - ▶ Existen diferentes caminos para avanzar en el aprendizaje, por lo que el espacio de conocimiento permite gestionar la diversidad en el aula en relación al aprendizaje.
 - ▶ Desafío: identificar el estado en que se encuentra cada estudiantes. Esta identificación se puede hacer cuántas veces se requiera, con tal de tener instrumentos que permitan decidir si un estudiante pertenece o no a un estado determinado.

- ▶ Diagnóstico:
 - ▶ Dado el espacio de conocimiento de matemáticas de la enseñanza media, podemos preguntar **en qué estado de conocimiento están un estudiante que ha sido aceptado en la universidad?**
 - ▶ Desafío: construir los espacios de conocimiento de diferentes subsectores de la enseñanza escolar.

- ▶ Modelamiento psicométrico del concepto de **aprendizaje**: aceptar el desafío que involucra el concepto educacional de aprendizaje.
- ▶ Aprendizaje por **diferentes caminos**, y su coherencia con la diversidad del aula.
- ▶ Ampliar la mirada en lo que dice relación con la construcción de instrumentos de medición.